



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**VLIV TŘENÍ NA NAPJATOST V OKOLÍ ČELA TRHLINY
ZATÍŽENÉ VE SMYKOVÝCH MÓDECH**

INFLUENCE OF FRICTION TO THE SHEAR STRESS STATE IN THE CRACK-FRONT VICINITY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jiří Vlach

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Jana Horníková, Ph.D.

BRNO 2017

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Jiří Vlach**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce: **doc. Ing. Jana Horníková, Ph.D.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Vliv tření na napjatost v okolí čela trhliny zatížené ve smykových módech

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočet napjatosti a deformace na čele rovné trhliny zatížené ve smykových módech s uvažováním vlivu třecích sil a různých výpočetních modelů tření.

Cíle diplomové práce:

Posouzení vlivu třecích sil na napjatost a deformaci na čele rovné trhliny zatížené ve smykových módech a stanovení podmínek, za kterých lze vliv třecích sil zanedbat.

Seznam doporučené literatury:

Anderson T. L.: Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications. CRC Press. Texas, 1995.

ANSYS verze 15. Users Manual.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je prozkoumat vliv třecích sil na napjatost a deformaci na čele rovné trhliny zatížené ve smykových módech. První část shrnuje nejdůležitější fakta z oblasti lomové mechaniky. Především pak teoretické poznatky o lomových parametrech (součinitel intenzity napětí, J – integrál) a jejich určení ve výpočtovém prostředí ANSYS Workbench.

Druhá část je věnována výpočtovému modelování. Na začátku je vytvořen model materiálu, model geometrie, model zatížení atd. Pak je možné řešit přímý problém nastíněný v úvodu. Výsledkem této práce je posouzení, do jaké míry tření ovlivňuje lomové parametry ve smykových módech II a III.

Klíčová slova

Lineární elastická lomová mechanika, tření, trhlina, smykové zátěžné módy, součinitel intenzity napětí, J – integrál, metoda konečných prvků, ANSYS

Abstract

The aim of this master thesis is to explore the influence of frictional forces to the stress and strain on the straight crack tip loaded in shear modes. The first section summarizes the most important things from the field of fracture mechanics. Especially theoretical knowledge about fracture parameters (stress intensity factor, J – integral) and their determination in computational environment ANSYS Workbench.

The second part deals with computational modeling. At the beginning, is created the model of material, the model of geometry, the model of loads, etc. Then it is possible to solve the direct problem outlined in the introduction. A result of this thesis is the assessment of how the friction influences the fracture parameters in shear modes II and III.

Keywords

Linear elastic fracture mechanics, friction, crack, shear stress mode, stress intensity factor, J – integral, finite element method, ANSYS

Bibliografická citace

VLACH, Jiří. *Vliv tření na napjatost v okolí čela trhliny zatížené ve smykových módech*. Brno, 2017, 55 s. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce doc. Ing. Jana Horníková, Ph.D.

Prohlášení autora o původu práce

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci na téma „*Vliv tření na napjatost v okolí čela trhliny zatížené ve smykových módech*“ vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Jany Horníkové, Ph.D. s použitím odborné literatury a pramenů, které jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Brně dne 7. 5. 2017

.....

Bc. Jiří Vlach

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat paní doc. Ing. Janě Horníkové, Ph.D. (vedoucí mé diplomové práce) a panu Ing. Stanislavovi Žákovi za jejich cenné rady, připomínky a všestrannou pomoc při řešení problémů spjatých s touto diplomovou prací. Zvláštní poděkování patří mé rodině za jejich podporu po celou dobu mého studia.

Obsah

1	Úvod	- 2 -
1.1	Problémová situace	- 2 -
1.2	Formulace problému	- 2 -
1.3	Cíle řešení problému	- 2 -
2	Základy lomové mechaniky	- 3 -
2.1	K – koncepce	- 4 -
2.2	J–integrál	- 7 -
2.3	Metody určování faktoru intenzity napětí	- 11 -
2.4	Výpočtové modely tření	- 14 -
2.4.1	Výpočtové modely tření v programu ANSYS	- 14 -
2.4.2	Součinitelé (koeficienty) smykového tření u kovů	- 15 -
3	Výpočtové modelování.....	- 17 -
3.1	Model geometrie.....	- 17 -
3.2	Model materiálu.....	- 19 -
3.3	Model zatížení a vazeb	- 19 -
3.4	Síť konečných prvků	- 21 -
3.5	Submodeling.....	- 22 -
3.6	Nastavení kontaktu na lomových plochách	- 23 -
4	Vlastní řešení a zpracování výsledků	- 24 -
4.1	Bez osově síly	- 24 -
4.2	Přiblížení 2e-3 mm	- 27 -
4.3	Přiblížení 5e-4 mm	- 35 -
4.4	Vzájemné porovnání	- 37 -
5	Závěr	- 42 -
	Seznam použité literatury	- 44 -
	Seznam použitých symbolů a zkratek	- 46 -
	Příloha	- 48 -

1 Úvod

1.1 Problémová situace

Se zvyšujícími se nároky na ocelové konstrukce významným způsobem roste důležitost lomové mechaniky. Protože se u reálných konstrukcí vždy nějaká trhлина, defekt nebo vrub vyskytuje, nelze se již v případech důležitých technických děl tomuto vědnímu oboru vyhnout [1].

Její základní dělení je na lineárně elasticou lomovou mechaniku (LELM), která předpokládá lineární závislost mezi deformací a napětím a na elasto-plastickou lomovou mechaniku (EPLM), kde tento předpoklad není. V případě LELM je k popisu stavu na čele trhliny určen součinitel intenzity napětí (při K-koncepci). Tento součinitel je ovlivněn především zatížením, délkou trhliny a geometrií zkoumaného dílce. Samotné zatížení lze pak charakterizovat pomocí kombinace tří módů. Mód I představuje rozevírání trhliny a jelikož se mají trhliny při zatěžování tendenci do této konfigurace stáčet, jde o velmi probádanou oblast. Oproti tomu poznatky o rovinném smykovém módu II a antirovinném smykovém módu III jsou menší. Vliv tření lomových ploch v těchto případech lze pak snadno brát jako něco automaticky nepodstatného [1].

Takový závěr by ale rozhodně neměl být brán jako dogma. Ostatně lomová mechanika prochází neustálým vývojem a bez patřičného ověření velikosti dopadu tohoto vlivu je těžké a možná i unáhlené takovéto soudy pronášet. Navíc výpočetní výkony počítačů se neustále zvyšují. Snadno tak může dojít k tomu, že jevy dříve zanedbatelné (vzhledem k chybám v jiných oblastech) se stanou další vhodnou sférou pro přiblížení výpočtového modelu realitě [1].

1.2 Formulace problému

Tření lomových ploch ovlivňuje součinitel intenzity napětí u zavírající se trhliny. Tento vliv sice není velký, ale doposud nebyl dostatečně popsán a často byl zmíněn pouze kvalitativně. Hlavní problém tedy spočívá ve stanovení míry tohoto vlivu a následné formulaci podmínek, za kterých lze tření lomových ploch zanedbat (na dané rozlišovací úrovni).

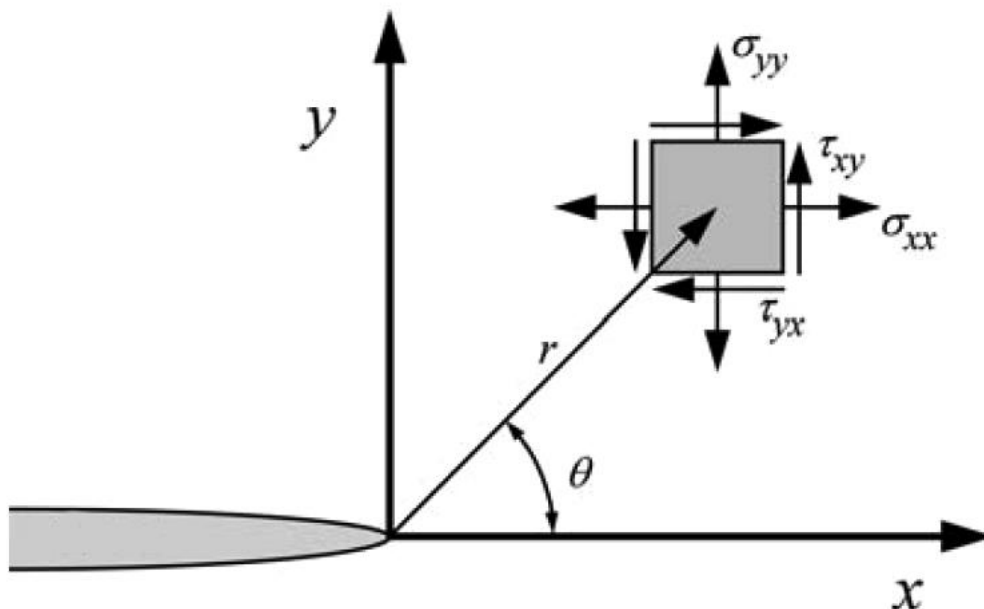
1.3 Cíle řešení problému

- Posouzení vlivu tření lomových ploch na napjatost a deformaci na čele rovné trhliny zatížené ve smykových zátěžných módech
- Stanovení podmínek, za kterých lze tření lomových ploch zanedbat
- Popis výpočetních modelů tření

2 Základy lomové mechaniky

U lineárně elastické lomové mechaniky se předpokládá platnost Hookova zákona mezi složkami napětí a deformace u čela trhliny. Trhlina působí jako silný koncentrátor napětí. Lomová mechanika obecně popisuje deformaci a napětí u daného materiálu, geometrie, za daných okrajových podmínek atd. Tím je schopna poskytnout odpovědi na následující otázky [2]:

- Zbytkovou pevnost součásti
- Přípustnou velikost trhliny (při daném zatížení)
- Počet cyklů do dosažení kritické velikosti trhliny
- Délku mezi jednotlivými kontrolami konstrukce
- Volbu vhodného materiálu



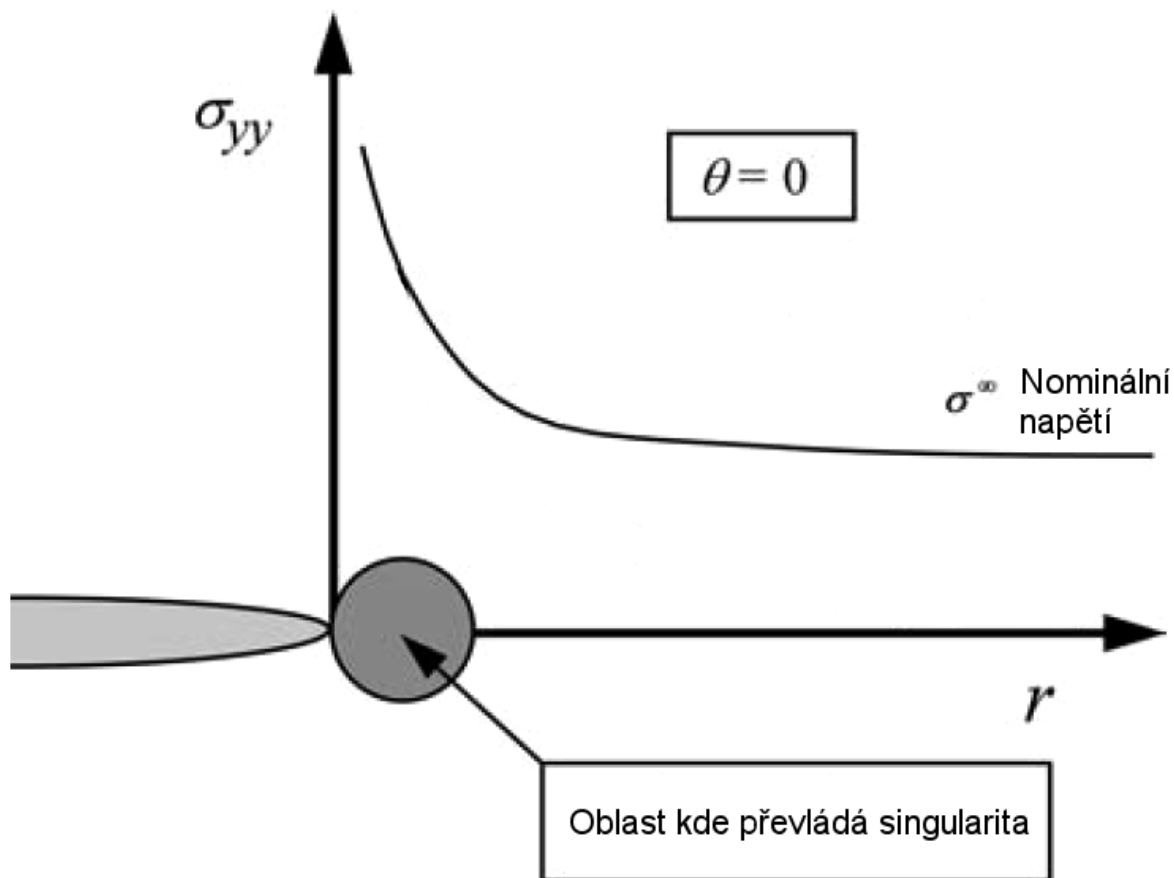
Obr. 2.1 Napětí v blízkosti čela trhliny (kartézský souřadnicový systém) [3]

Popis napjatosti u čela trhliny se provádí za pomoci kartézského souřadného systému znázorněného na obrázku 2.1. Je vidět, že počátek je u čela trhliny a osa x je rovnoběžná s lomovou plochou trhliny. Osa y je pak kolmá na osu x a zároveň na lomové plochy trhliny.

Protože je trhlina silným koncentrátorem napětí, to pak u čela stoupá teoreticky až k nekonečné hodnotě (v reálu dochází k otupení čela trhliny). To je schematicky vidět na obrázku 2.2. Zatímco na čele dominuje singularita a napětí jde k nekonečným hodnotám, dále od čela trhliny se dostáváme k nominálnímu napětí σ^∞ . Jakmile se ale plastická oblast zvětšuje, zvětšuje se i nepřesnost analýzy za pomoci LELM. Zbývá tedy najít kritérium, které určí, za jakých podmínek lze ještě použít LELM a kdy už se nevyhne využití EPLM. V hrubých rysech je možno toto rozhodnutí udělat na základě poměru mezi poloměrem plastické zóny a velikostí trhliny [2].

$$(r_y)_{RD} \leq \frac{a}{20} \quad (1)$$

Toto kritérium je však velmi hrubé a závisí čistě na přesnosti, s jakou chceme výsledky získat.

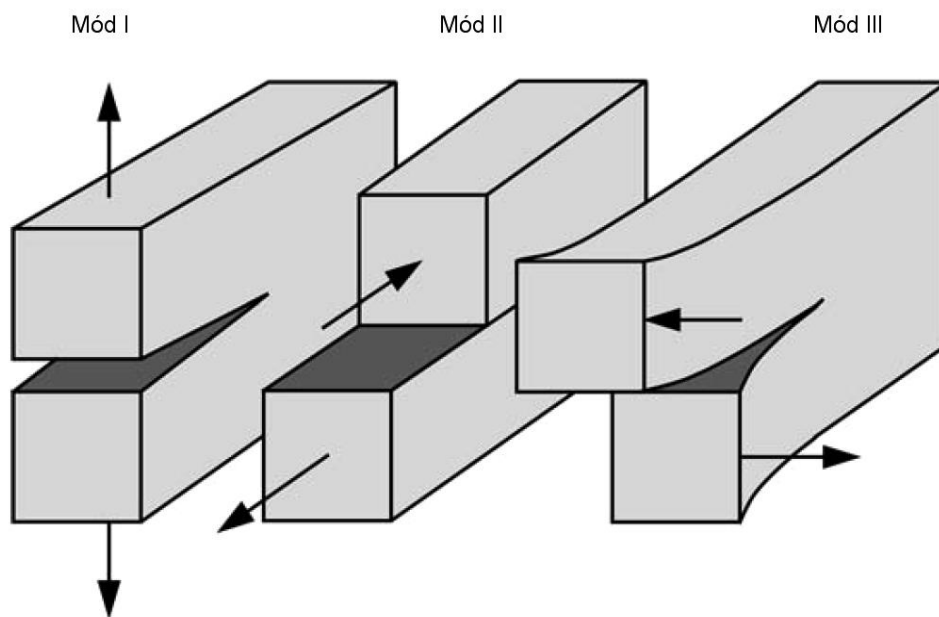


Obr. 2.2 Napětí kolmé na lomové plochy při zatěžování módem I [3]

2.1 K – koncepce

Tento přístup využívá k popisu napjatosti v okolí čela trhliny součinitele intenzity napětí. Jde zřejmě zároveň o nejrozšířenější veličinu, kterou můžeme v LELM použít pro charakterizování stavu napjatosti v tělese s trhlinou. Je v něm zahrnut jak popis vnějšího zatížení, tak geometrické parametry tělesa a trhliny. Vychází z předpokladu, že zatížení lze charakterizovat pomocí tří základních případů zátěžných módů [2]:

- **Mód I** – tahový normálový (otevírací)
- **Mód II** – rovinný smykový
- **Mód III** – antirovinný smykový



Obr. 2.3 Tři módy zatěžování trhliny [3]

V případě lineárně elastického pole napětí platí princip superpozice. Z toho vyplývá, že je od různých zatížení možné sečíst stejné součinitele intenzity napětí. Naopak sčítání součinitelů intenzity napětí od různých módů možné není [3].

Pro jednotlivé složky tenzoru napětí pak platí vztah [3]:

$$\sigma_{ij}^{(total)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (2)$$

Westergaard odvodil vztahy, které popisují napjatost v blízkosti čela trhliny, kde převládá singularita $1/\sqrt{r}$. Napětí v dostatečné vzdálenosti od čela trhliny již není trhlinou ovlivněno. Jejich použití je tak omezeno pouze na bezprostřední okolí trhliny. Vztahy pro jednotlivé módy jsou shrnuty níže [2,3].

Mód I

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 0 \text{ pro rovinnou napjatost (RN)} \\ \sigma_z &= \mu(\sigma_x + \sigma_y) \text{ pro rovinnou deformaci (RD)} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Pro posuvy pak platí vztahy (4):

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{K_I}{2G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 + 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \\ u_y &= \frac{K_I}{2G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 - 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$u_z = 0$$

kde G_s je smykový modul pružnosti, $\kappa = \frac{3-\mu}{1+\mu}$ pro RN a $\kappa = 3 - 4\mu$ pro RD.

Mód II

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ \sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_z &= 0 \quad \text{pro RN} \\ \sigma_z &= \mu(\sigma_x + \sigma_y) \quad \text{pro RD} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{K_{II}}{2G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 + 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \\ u_y &= \frac{K_{II}}{2G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 - 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$u_z = 0$$

Mód III

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$$

$$\tau_{xy} = 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (7)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$u_x = u_y = 0$$

$$u_z = \frac{2K_{III}}{G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8)$$

V případě izotropního lineárně elastického materiálu můžeme napětíové pole před čelem trhliny popsat pomocí:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (9)$$

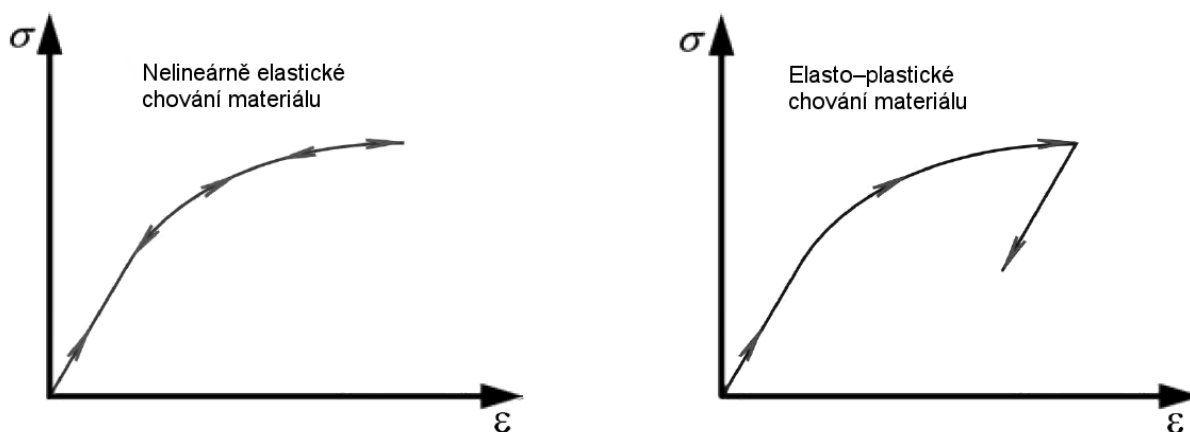
Srovnáme-li vztah (9) a (3) pro $\theta = 0$ dostaneme součinitel intenzity napětí pro nekonečně dlouhou taženou stěnu:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (10)$$

Ten je dále upravován pomocí násobení korekční funkcí, která je závislá na geometrii. Tak vznikne součinitel intenzity napětí pro reálné případy trhlín v tělese.

2.2 J–integrál

Křivkový J–integrál (označovaný také jako Riceův nebo Čerepanovův integrál), který je nezávislý na integrační cestě, dosáhl značného úspěchu jako parametr charakterizující lom materiálu. Aplikací J–integrálu modelujeme elasto–plastické chování materiálu jako nelineárně elastické [2,3].



Obr. 2.4 Srovnání nelineárně elastického a elasto-plastického chování materiálu [2]

Na obrázku 2.4 je vidět, že průběh σ - ϵ je u obou modelů při prvotním zatěžování identický. Rozdíl nastane až při odlehčení, kdy v případě nelineárně elastického materiálu je odlehčovací dráha shodná se zatěžovací. Naopak u elasto-plastické odezvy probíhá odlehčení po přímce dané Youngovým modulem pružnosti v tahu. Při elasto-plastické odezvě tak zůstane trvalá deformace i po odlehčení. Z toho plyne, že J-integrál není vhodným parametrem při cyklické elasto-plastické odezvě materiálu [2].

Použití J-integrálu není omezeno na oblast LELM, ale je lomovou charakteristikou i u EPLM. Když tedy není předem jisté, zda jsou splněny omezující podmínky platnosti LELM, je jeho užití více než vhodné. Definován byl Ricem jako zobecnění hnací síly trhliny G následně [4]:

$$J = \oint_{\Gamma} \left(w \, dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \, ds \right) \quad (11)$$

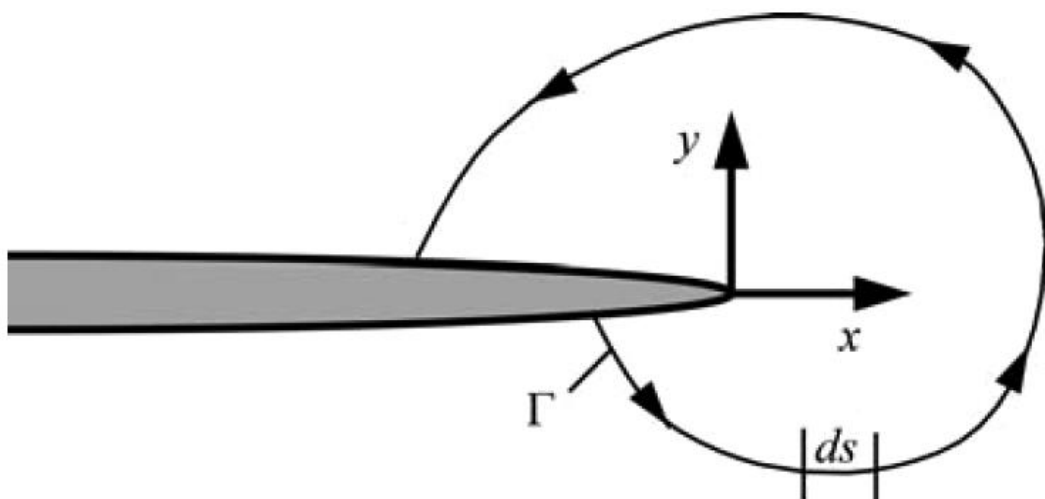
kde Γ je libovolná integrační křivka, w je hustota deformační energie, u_i jsou složky vektoru posuvů, ds je délka přírůstku na křivce Γ a T_i vektor povrchových sil daný vztahem:

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (12)$$

Zde jsou σ_{ij} jednotlivé složky tenzoru napětí a n_j složky jednotkového vektoru normály k integrační křivce Γ . Hustota deformační energie je pak dána vztahem:

$$w = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} \, d\epsilon_{ij} \quad (13)$$

kde σ_{ij} je tenzor napětí a ϵ_{ij} tenzor přetvoření.



Obr. 2.5 Integrační cesta okolo čela trhliny [3]

Integrační cesta křivky je přitom volena tak, aby procházela pouze elasticky deformovanou oblastí a vyhnula se zplastizované zóně. Ukázalo se, že hodnota J–integrálu je shodná s hodnotou hnací síly trhliny v nelineárním (automaticky tak i v lineárním) elastickém tělese s trhlinou. Pro J–integrál pak můžeme psát [3]:

$$J = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (14)$$

V elastické oblasti malého rozsahu pak platí:

$$J_I = \frac{K_I^2}{E'} \quad (15)$$

kde E' je rovno E pro RN a $E' = \frac{E}{1-\mu^2}$ pro RD.

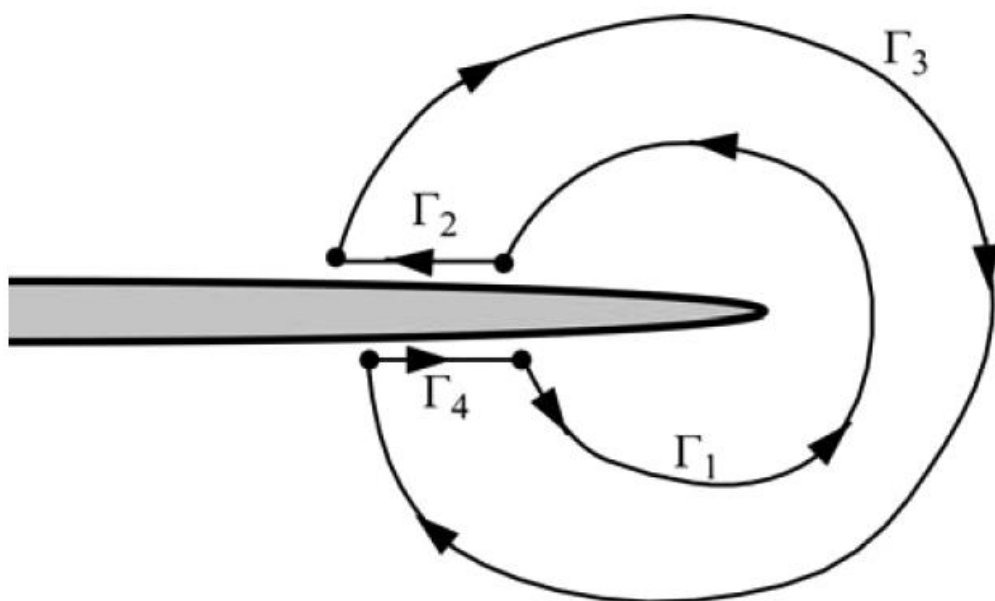
Zobecněně lze pak vztah (15) zapsat ve tvaru [5]:

$$J = \frac{1}{E} [K_I^2 + K_{II}^2 + (1 + \mu) K_{III}^2] \quad (16)$$

$$J = \frac{1 + \mu}{E} [(1 - \mu)(K_I^2 + K_{II}^2) + K_{III}^2] \quad (17)$$

Vztah (16) platí pro stav RN a vztah (17) pro RD. Oba vztahy jsou však použitelné pouze za podmínek platnosti LELM. V případě EPLM jejich užití možné není.

Rice dále dokázal, že je J–integrál nezávislý na integrační cestě a pro libovolnou uzavřenou křivku Γ platí $J=0$. Příklad je uveden na obrázku 2.6 [3].



Obr. 2.6 Uzavřená integrační křivka okolo čela trhliny [3]

Vyjdeme ze vztahu (18):

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 = 0 \quad (18)$$

Protože jsou na lomových plochách povrchové síly T_i rovny nule, dostaneme:

$$J = J_1 + J_3 = 0 \quad (19)$$

$$J_1 = -J_3 \quad (20)$$

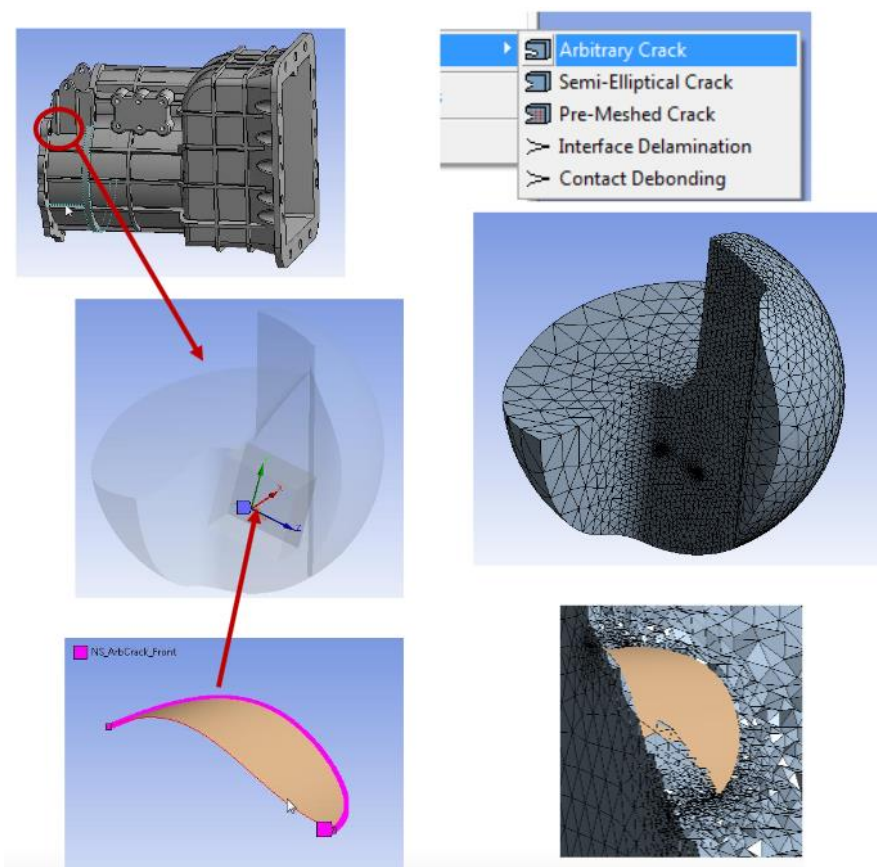
Vidíme, že hodnota J–integrálu je stejná pro křivku Γ_1 jako pro křivku Γ_3 . Opačné znaménko značí pouze obrácený směr integrace. J–integrál je tak lomovou charakteristikou nezávislou na integrační cestě.

2.3 Metody určování faktoru intenzity napětí

Výpočet lomových parametrů, mezi které faktor intenzity napětí jistě patří, je obecně velmi obtížný. V případě snahy využít analytických metod, jsme omezeni pouze na elementární případy a pro obecnou trhlinu jsou výpočty velmi obtížné. Proto je vhodné využít některý software využívající MKP. Velmi rozšířeným je pak i v praktické části této práce využitý software ANSYS. Ten nabízí velkou škálu možností, jak chování trhlín simulovat [7].

Nejdříve je vhodné zvážit, zda není možné geometrický model nějakým způsobem zjednodušit. Samotný výpočet je totiž proveden na relativně jemné síti konečných prvků a výpočetní časy jsou tak velmi dlouhé. I možnost nejmenšího zjednodušení tak přinese velký užitek. Nejvýznamnější je rozhodnutí, zda půjde o prostorovou úlohu 3D nebo rovinnou úlohu 2D. V případě 2D úlohy si vystačíme s výrazně menším množstvím prvků při stejné přesnosti, ale její využití není univerzální a úloha musí být vhodná pro tento typ zjednodušení. Také se dá využít různých typů symetrie, kdy při využití rovinné symetrie nebo rovinné anti-symetrie použijeme ve výpočtu pouze poloviční model a výpočetní čas tak bude výrazně nižší. I zde však platí, že ne každá úloha je pro toto zjednodušení vhodná [7].

Programové prostředí ANSYS Workbench nabízí řadu možností, jak trhlinu vytvořit nebo již vymodelovanou trhlinu označit před další fází výpočtu. Jednou z nejobecnějších je využít funkce **Arbitrary crack**. Ta nám umožní definovat prakticky libovolnou trhlinu, aniž bychom ji museli přímo vytvářet. Nespojitost sítě na lomových plochách i vhodnou síť zajistí program sám. Výsledek pak můžeme ovlivnit na základě několika nastavitelných parametrů [7].



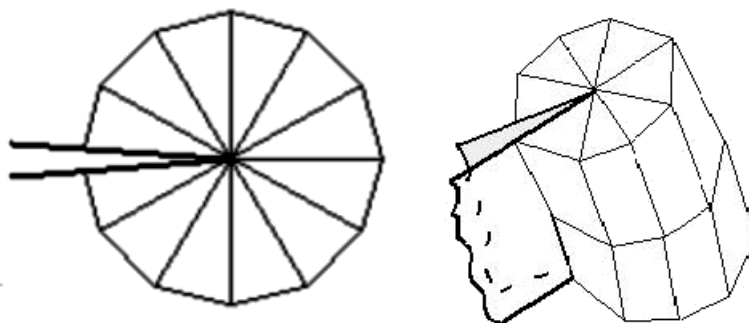
Obr. 2.7 Arbitrary crack v programovém prostředí ANSYS Workbench [6]

Další možností je nadefinovat eliptickou trhlinu pomocí funkce **Semi-Elliptical Crack**. I zde se nabízí mnoho nastavitelných parametrů, jako v předchozím případě, které ovlivní výsledek. Omezení jsme však pouze na tvar elipsy, ale jde o relativně běžný tvar trhliny. Ten je navíc vhodnou aproximací pro případy, kdy může tvořit obálku skutečné trhliny a být tak jakýmsi konzervativním odhadem [7].

Poslední a v této práci využitou možností je **Pre-Meshed Crack**. Ten jako jediný využívá předem vytvořenou síť konečných prvků. Musíme pouze vybrat čelo trhliny. To je definováno uzly označenými přes Named Selection. Dále je nezbytné přiřadit trhlíně souřadný systém. Ten musí být volen tak, aby osa x byla rovnoběžná s lomovými plochami a osa y byla na lomové plochy kolmá. Poté zbývá pouze volba počtu integračních cest, které mají být kolem čela trhliny vyhodnocovány. Celá podoba sítě je pak dána jinými funkcemi určenými pro úpravu sítě [7].

Nutno ještě podotknout, že mimo použití funkcí, které nabízí programové prostředí Workbench, je možné využít přímo příkazů programovacího jazyka APDL pro psaní maker v klasickém prostředí ANSYS APDL. Vzhledem k použité geometrii ale nebylo nutné k tomuto kroku přistoupit [7].

Ať už půjde o programově generovanou síť nebo předem vytvořenou, měla by kolem trhliny mít určité základní vlastnosti. Protože u špičky trhliny vzniká singularita, je účelné použít rotačně symetrickou síť okolo čela trhliny. Přičemž velikost prvku by neměla překročit velikost poloměru plastické oblasti. Rovnoměrná a dostatečně jemná síť je pak základem pro správné vyhodnocení stavu na čele trhliny. Platí, že s jemnější sítí se výsledky zpřesňují, ale vše je vykoupeno delším výpočetním časem. Tento problém je o to větší, jedná-li se o náročnou prostorovou 3D úlohu [7].

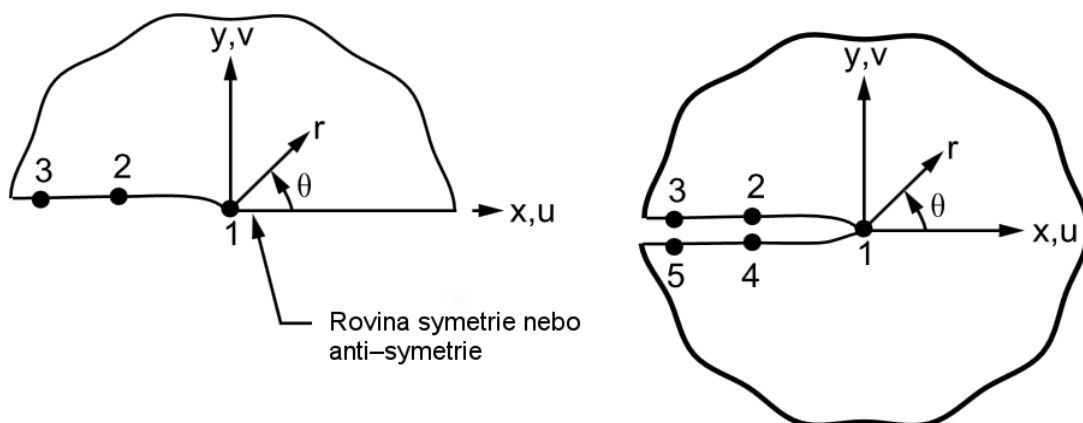


Obr. 2.8 Rotačně symetrická síť u 2D (vlevo) a 3D úlohy (vpravo) [7]

Pro výpočet K-faktoru lze využít v podstatě dvě základní metody:

- **Extrapolace posuvů u čela trhliny [7]**

Probíhá v posprocessingu (využívá výsledků napěťové analýzy) a vyžaduje centrálně symetrickou síť okolo čela trhliny. Je nutné definovat čelo trhliny, lomové plochy a souřadný systém (viz obr 2.9).



Obr. 2.9 Výběr uzlů u metody extrapolace posuvů [7]

Po definici souřadného systému následuje určení cesty podél trhliny. První uzel je vždy ten na čele a v případě polovičního modelu si vystačíme s dodatečnou definicí uzlů 2 a 3. U plného modelu je nutné definovat i uzly 4 a 5. Z těchto referenčních uzlů jsou odečteny posuvy. Je možné také definovat charakter napjatosti v okolí čela trhliny (RN vs. RD). Pomocí příkazu KCALC se pak určí faktory intenzity napětí.

- **Integrační metoda [7]**

Na rozdíl od metody extrapolace posuvů probíhá před posprocessingem v solutionu. Integrační křivka je pro každou jednotlivou řadu prvků okolo čela trhliny volena tak, aby nebyly žádné prvky vynechány. V případě rovinné úlohy je provedena plošná integrace přes rovinné prvky a u úlohy prostorové pak objemová integrace přes objemové prvky. To je v případě numerických výpočtů vhodnější postup, než křivkový integrál u plošné úlohy a plošná integrace u úloh prostorových.

Diskretizovaná forma J–integrálu je dána vztahem (2D případ):

$$J = \sum_{ie=1}^{ne} \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - w \delta_{ij} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} w_{iw} A_{ie} \quad (21)$$

kde **ne** je počet prvků k integraci, σ_{ij} složky tenzoru napětí, u_j složky vektoru posuvů, **w** hustota deformační energie, δ_{ij} Kroneckerovo delta, **q** vektor směru trhliny, w_{iw} váhové funkce a A_{ie} plocha prvku ie .

Je-li úloha navíc vystavena teplotním změnám a tření lomových ploch dojde k rozšíření na:

$$J = \int_A \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - w \delta_{ij} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} dA + \int_A \alpha \sigma_{ii} q_1 dA - \int_C t_j u_{j1} q_1 dS \quad (22)$$

kde α je koeficient tepelné roztažnosti, t_j tření na lomových plochách a **C** je třecí plocha. I ten lze převést na diskretizovanou formu obdobně jako vztah (21).

V případě 3D úloh je situace komplikovanější v důsledku objemové integrace. Přesto jsou principy odvození podobné jako u 2D úloh.

I pro tuto metodu je vhodná pravidelná rovnoměrná vějířovitá struktura prvků, protože by při integraci mohlo dojít ke zkreslení výsledků, kdyby jednotlivé prvky zabíraly jinou část napětíového pole než jiné. Lokální souřadný systém a čelo trhliny je nutné označit i zde, přičemž osa x je rovnoběžná s lomovými plochami a osa y je na ně kolmá. Také je možné zadat podmínky symetrie. K výpočtu je určen příkaz CINT.

Obě uvedené metody by měly poskytovat vzájemně porovnatelné výsledky. Metoda extrapolace posuvů je starší, jednodušší a rychlejší (stačí manuálně vybrat tři nebo pět uzlů). Výsledky však závisí na poloze vybraných uzlů. Oproti tomu integrační metoda poskytuje mírně přesnější výsledky za cenu delšího výpočetního času. Je u ní však jednodušší zvolit požadované parametry v případě složitějšího tvaru trhliny. Dále tedy byla využita integrační metoda z důvodu vyšší přesnosti a snadného zadání pro velký počet uzlů [7].

2.4 Výpočtové modely tření

2.4.1 Výpočtové modely tření v programu ANSYS

Nastavení kontaktu obecně závisí na typu problému, který chceme řešit. V našem případě se jedná o modelování tření lomových povrchů trhliny, a tak některé nabízené typy kontaktu vůbec nepřicházejí do úvahy. Nevyhneme se použití některého z nelineárních kontaktních typů. To samo o sobě povede k prodloužení výpočetního času a může způsobit problémy s konvergencí. Jednotlivé typy kontaktů jsou shrnuty níže [7]:

Bonded – Je nejčastěji používaným typem kontaktu. Tvoří pevný kontakt mezi dvěma povrchy, hranami atd. a je tedy využíván pro tělesa spojená (svařená, slepená, ...). Jedná se o lineární typ kontaktu, protože se délka nebo kontaktní plocha nezmění při aplikaci zatížení. Pro modelování tření jde o nepoužitelnou variantu. Nicméně za pomoci tohoto kontaktu lze pevně spojit jednotlivé části modelu.

No separation – Jde o podobný případ jako Bonded. Má omezenější možnosti aplikace, a to pouze na plochy (u 3D modelů) a hrany (u 2D modelů). Oddělení není dovoleno stejně jako v případě kontaktu Bonded, ale je umožněn pohyb podél aplikované geometrie. Tento pohyb je však pouze malý a bez tření. Znovu tedy nejde o použitelnou variantu pro náš předmět zájmu.

Frictionless – První z nelineárních kontaktů, protože se kontaktní plocha může měnit při aplikaci zatížení. Po jeho použití není u dané plochy umožněn pohyb v normálovém směru. Hodí se tak pro modelování symetrie nebo tam, kde ke kontaktu dochází, ale k pohybu v normálovém směru by nedošlo a zároveň je tření mezi povrchy zanedbatelné. Tento model totiž tření neumožňuje a povrchy po sobě kloužou bez tření mezi nimi. Jedná se tak o první použitelný kontakt, který lze využít ne jenom pro úsporu počtu prvků (po využití symetrie), ale také pro zkoumání těch případů, kdy tření není významné.

Rough – Při tomto nastavení nedochází k žádnému skluzu po kontaktních plochách. Ty se od sebe však mohou, na rozdíl například od kontaktu No separation, vzdálit. Jde o typ kontaktu modelující velmi hrubý povrch za pomoci nekonečného koeficientu tření. Opět jde o nelineární kontakt.

Frictional – Jedná se o nejužitečnější variantu kontaktu, kterou programové prostředí Ansys nabízí, pro modelování tření. Při tomto nastavení přenášejí kontaktní páry geometrie smykové napětí až do určité velikosti, od které dojde k posuvům ploch po sobě. Tento stav se pak označuje jako „sticking“ (držení). U tohoto modelu je definováno odpovídající smykové napětí, při kterém začne docházet ke skluzu ploch po sobě, jako část kontaktního tlaku. Jakmile smykové napětí překročí jistou hranici, dojde ke skluzu. Veličina, která se v tomto případě nastavuje, je koeficient tření, který může nabývat libovolné nezáporné hodnoty.

2.4.2 Součinitelé (koeficienty) smykového tření u kovů

Hodnoty součinitelů tření, uváděné různými zdroji, jsou často velmi rozdílné. Mohou dosahovat od téměř nulové do teoreticky libovolně vysoké hodnoty. V případě řešení tření lomových ploch je celá situace jednodušší v tom, že dochází ke kontaktu dvou stejných materiálů. Obecně ale tato skutečnost neplatí a je nutné zohlednit, z jakého materiálu jsou jednotlivé součásti složeny.

Další problém, který určení koeficientů tření doprovází, je samotný stav povrchů. Míra mazání, ve které se kontaktní plochy nacházejí, je velmi významná. V mnoha případech je rozdíl mezi suchým a mazaným povrchem větší než v případě použití jiných materiálů. Parametry, jakými jsou hrubost kontaktních povrchů a míra jejich mazání, dělají z koeficientu tření veličinu určitelnou jenom s velkým rozptylem. Je také nutné zmínit, že existují dvě hodnoty tohoto koeficientu: statický a kinematický. Kinematický začne být důležitý až během pohybu těles po sobě. To však není náš případ. Proto jsou v dalších tabulkách uvedeny hodnoty statického koeficientu tření pro suché a mazané povrchy tak, že byl z různých zdrojů složen nejširší možný rozptyl [8-10].

Materiál 1	Materiál 2	f_s (suchý)	f_s (mazaný)
Cihla	Zdivo	0,6 - 0,7	
Diamant	Diamant	0,10	0,05 - 0,1
Diamant	Kov	0,1 - 0,15	0,10
Hliník	Hliník	1,05 - 1,35	0,30
Hořčík	Hořčík	0,60	0,08
Chrom	Chrom	0,41	0,34
Karbon	Karbon	0,15-0,16	0,12 - 0,14
Kůže (lidská)	Kov	0,8 - 1,0	
Led	Dřevo	0,05	
Led	Led	0,02 - 0,09	
Litina	Litina	0,25	0,08-0,15
Měď	Měď	1,00	0,08
Nikl	Nikl	0,7 - 1,1	0,28
Ocel	Bronz		0,12-0,16
Ocel	Grafit	0,10	0,10
Ocel	Karbon	0,14	0,11 - 0,14
Ocel	Led	0,03-0,04	
Ocel	Litina	0,2-0,4	0,1-0,21
Ocel	Ocel	0,5 - 0,8	0,15-0,16
Ocel	Teflon	0,05 - 0,2	0,04
Pneumatika	Silnice	1,00	0,20
Teflon	Teflon	0,04	0,04
Zinek	Zinek	0,60	0,04
Železo	Železo	1,00	0,15 - 0,20

Tab. 2.1 Součinitelé statického tření [8-10]

3 Výpočtové modelování

V dalším textu bylo využito analýzy problematiky na základě systémového přístupu k výpočtovému modelování. Při výpočtovém modelování je modelovým objektem matematická teorie. Má různé podoby a dělí se na modelování klasické, simulační, optimalizační a citlivostní analýzu. Z nichž několik bude použito pro řešení počátečních problémů uvedených v úvodu práce [1,11].

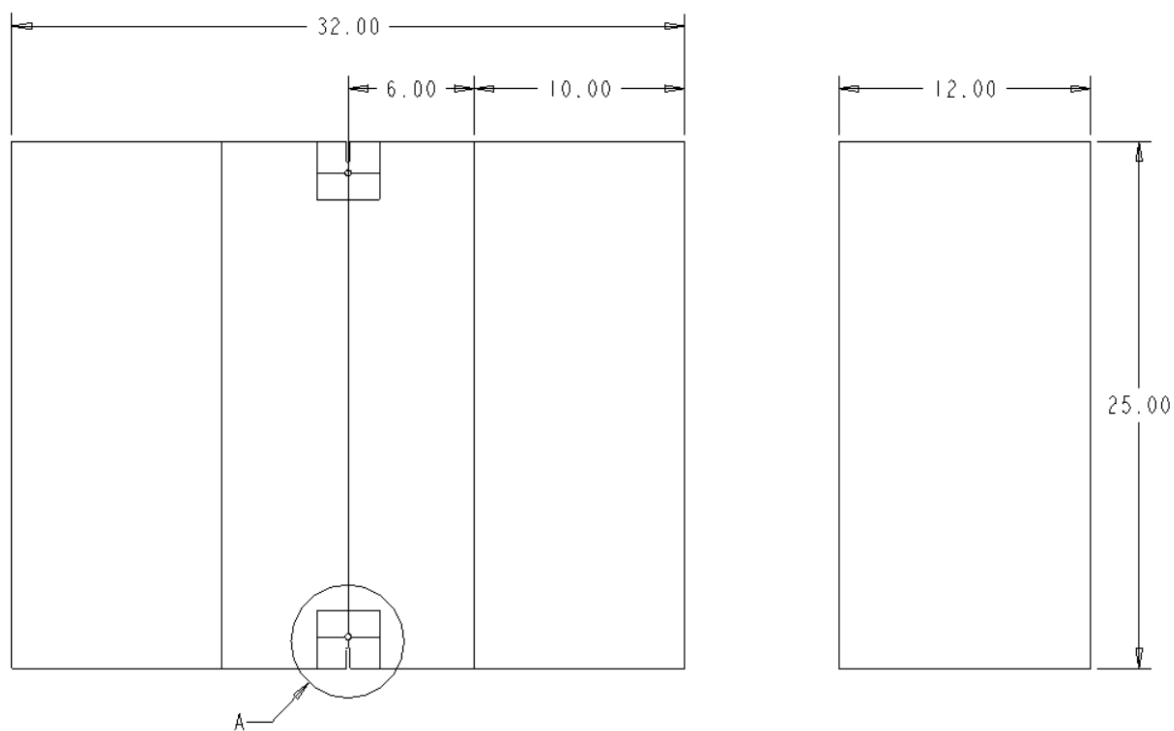
3.1 Model geometrie

Původní snahou při hledání vhodné geometrie bylo navázat na bakalářskou a diplomovou práci pana Ing. Stanislava Žáka [12,13]. Ten přitom vycházel ze zkušební vzorku, který byl reálně užitý při experimentech [14]. Válcový vzorek měl být ve skutečnosti pouze převeden na hranol o čtvercovém průřezu. Ostatní geometrické parametry jako délka, hloubka vrubu, zatížení atd. měly zůstat stejné pro možné pozdější porovnání.

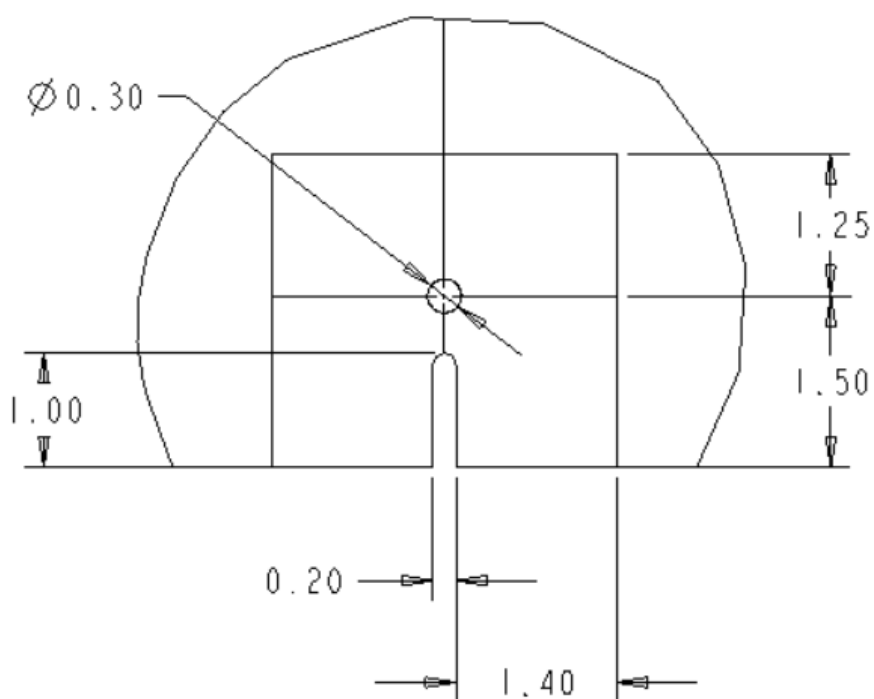
První překážkou byla síť v oblasti rohů takovéto geometrie. Na rozdíl od válcového vzorku neexistovala v případě hranolu možnost vytvořit rovnoměrnou vějířovitou strukturu kolem trhliny i v rozích vzorku. Přitom pro korektní vyhodnocení lomových charakteristik je rovnoměrná síť vyžadována. Došlo tak k prvnímu zjednodušení, kdy trhlina nebyla aplikována podél celého obvodu. Zvlášť byla vyhodnocena na plochách mající čelo trhliny rovnoběžné se zatížením (vzorek zatížený v makroskopickém módu II) a zvlášť na plochám s čelem trhliny kolmým na zatížení (vzorek zatížený v makroskopickém módu III).

Ani to nestačilo a pro použité hardwarové vybavení byl model geometrie stále příliš komplikovaný. Došlo tak k dalším zjednodušením jako je změna délky, hloubky atd. Finální verze je tak velmi vzdálená od původního návrhu a jakékoli srovnání není vhodné. Základní rozměry jsou vidět na obrázku 3.1. Vzorek je dlouhý 32 mm, vysoký 25 mm a široký 12 mm. Upínací část je dlouhá 10 mm a volně ponechaný zbytek vzorku měří 6 mm.

Na dalším obrázku 3.2 vidíme pak detail části vzorku, který vstupoval do submodelingu. Zde již kruhová struktura neměla průměr 0,3 mm jako u markomodelu, ale 0,05 mm. Rozměr 1,5 mm se měnil v závislosti na tom, jak dlouhá trhlina byla aplikována. Znázorněný rozměr odpovídá délce trhliny 0,5 mm. Ostatní rozměry byly pevně dané.



Obr. 3.1 Model geometrie (pro trhlinu $a = 0,5$ mm)



Obr. 3.2 Detail oblasti použité pro submodeling

3.2 Model materiálu

Materiál vzorku byl volen tak, aby odpovídal konstrukční oceli. Ta je v praxi často využívána a je tak vhodná pro bližší analýzu. Protože jsme se drželi v rozsahu LELM, je plně dostačující model homogenního, izotropního a lineárně-elastického materiálu. Pro případ strukturální úlohy pak postačí dvě materiálové charakteristiky pro úplný popis materiálu. Těmi jsou často Youngův modul pružnosti v tahu a Poissonův poměr. Oba jsou uvedeny v následující tabulce.

Youngův modul pružnosti v tahu	200 000	[MPa]
Poissonův poměr	0,3	[-]
Hustota	7 850	[kg/m ³]

Tab. 3.1 Fyzikální vlastnosti oceli

Přestože jsou materiálu přiřazeny mnohé další vlastnosti, nejsou k samotnému výpočtu využity. Využity by byly až ve chvíli, kdy by se řešila úloha dynamická, tepelná atd.

3.3 Model zatížení a vazeb

Stejně jako geometrie byly zatížení i vazby rozděleny na případ, kde je čelo trhliny rovnoběžné se zatížením (vzorek zatížený v makroskopickém módu II) a ten, u kterého zatížení směřuje kolmo na čelo trhliny (vzorek zatížený v makroskopickém módu III).

Makroskopický mód II

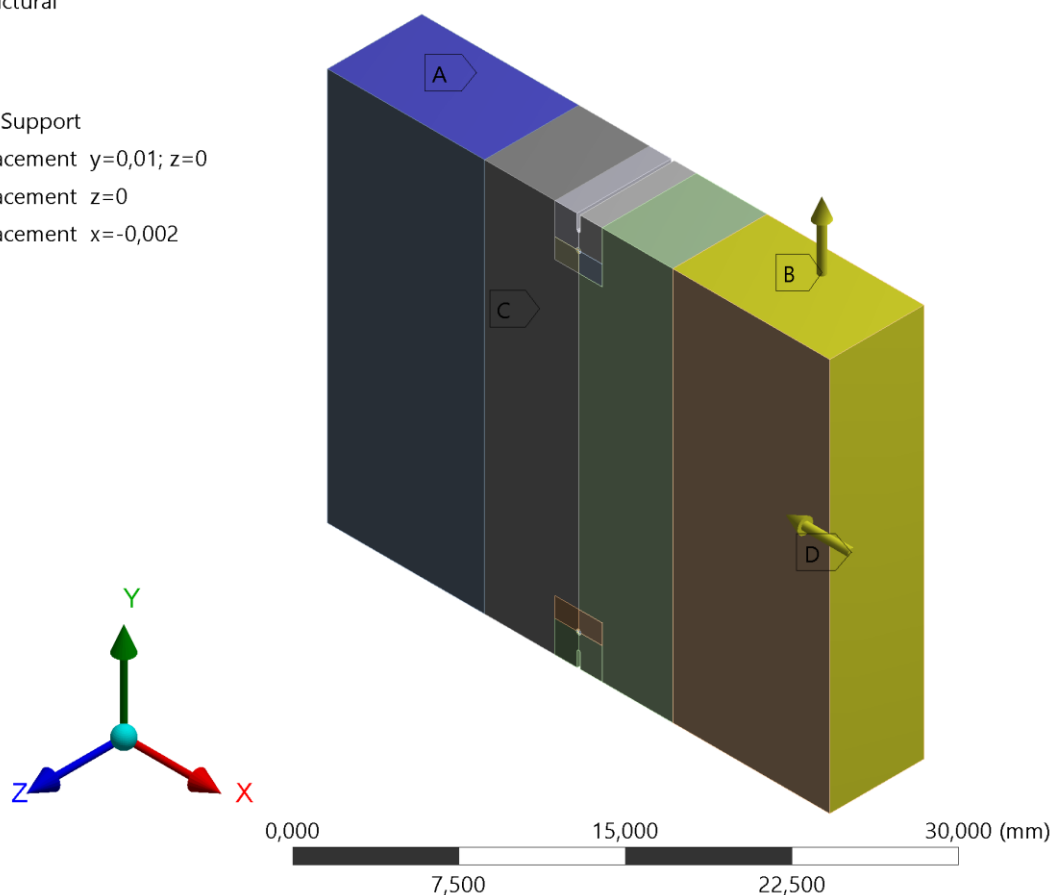
Všechny použité vazby jsou vidět na obrázku 3.3. **Vazba A** představuje pomyslnou jednu část uchycení vzorku čelistmi. Je aplikována na dvě vzájemně protilehlé plochy. **Vazba B** pak tvoří druhou část čelistí (dvě protilehlé plochy), které jsou však již posunuty ve směru osy y o hodnotu 0,01 mm. Tím je do modelu vneseno hlavní zatížení. V ose z je pak pohyb znemožněn. Osa x je v tomto případě komplikovanější a úplné zamezení pohybu v ní by nebylo dostatečně výstižné. Pro tento směr je nutné zavést coupling pomocí příkazů programovacího jazyka APDL. Uzly se tak v této ose hýbat můžou, ale musejí se posunout všechny stejně. Vynechání této podmínky vede ke vnesení parazitního ohybu do řešené úlohy.

Vazba C je použita na celé zadní ploše (36 rovnoběžných ploch). Zamezuje pohybu v ose z a pro tuto konkrétní úlohu jde o ekvivalent Frictionless Support. Je tak využita symetrie vzorku a modelována pouze poloviční šířka. Poslední **vazba D** byla použita až dodatečně. Ukázalo se totiž, že výsledky bez použití této vazby (modelující přítlačnou osovou sílu) nejsou třením téměř vůbec ovlivněny. V další části tak tato vazba nabývala různých hodnot a podle toho bylo prováděno vyhodnocení.

A: Makromodel

Static Structural

- A** Fixed Support
- B** Displacement $y=0,01; z=0$
- C** Displacement $z=0$
- D** Displacement $x=-0,002$



Obr. 3.3 Model zatížení a vazeb (makroskopický mód II)

Pomocí tohoto zavazbení vznikl případ, kdy byl ve středu vzorku (v našem případě polovičního modelu v místě vazby C) očekáván čistý mód II. Naopak na stejném místě měl být mód III roven nule a směrem k okraji nabývat vyšších hodnot. Tyto předpoklady se před doplněním modelu o vazbu D také potvrdily.

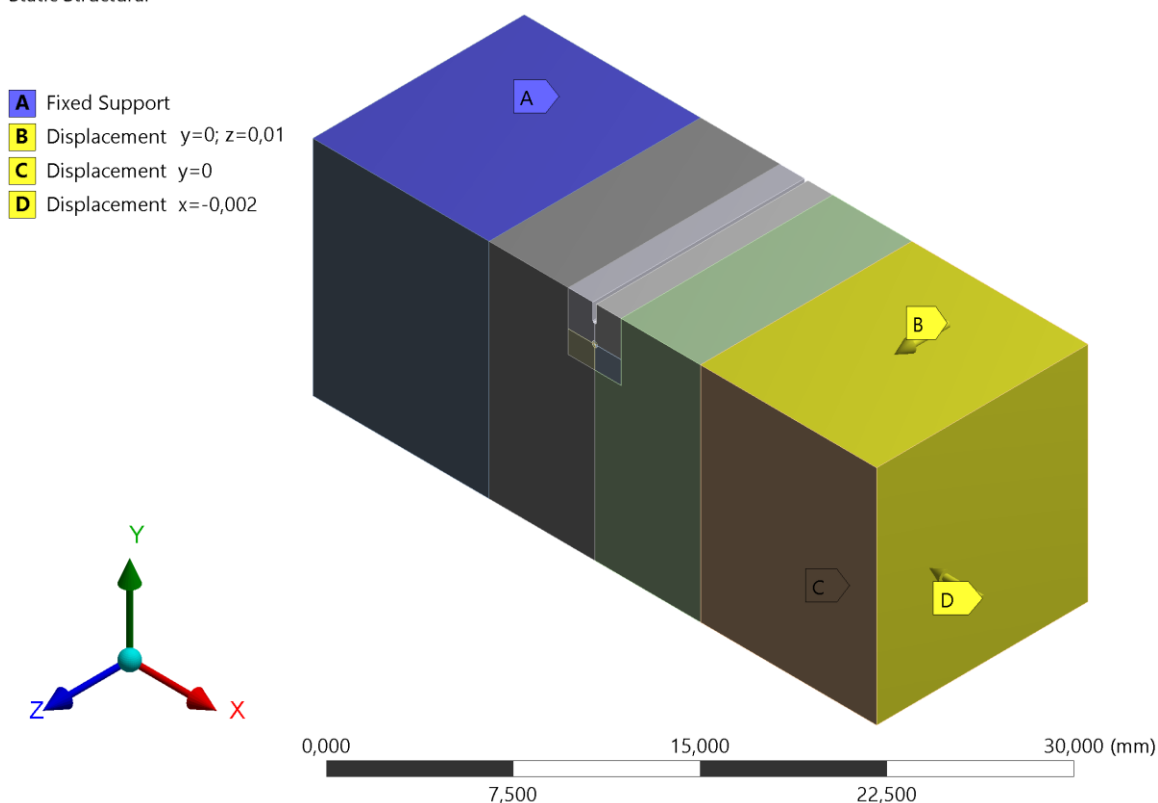
Makroskopický mód III

Protože základ je velmi podobný s předchozím případem, zdůrazním pouze rozdíly. **Vazba A** je nyní pouze na jedné ploše. U **vazby B** (jedna plocha) se prohodila osa y a z. Tažení tak má jiný směr. Coupling v ose x zůstal zachován.

Symetrie se dalo využít i v tomto případě. Nyní však již nešlo o poloviční šířku, ale poloviční výšku za pomoci **vazby C** (čtyři plochy). Ta byla použita na spodních plochách modelu a zamezila posuvu v ose y. **Vazba D** zůstala beze změny.

V tomto případě vznikl čistý mód III ve středu vzorku. Naopak mód II zde byl roven nule.

A: Makromodel
Static Structural



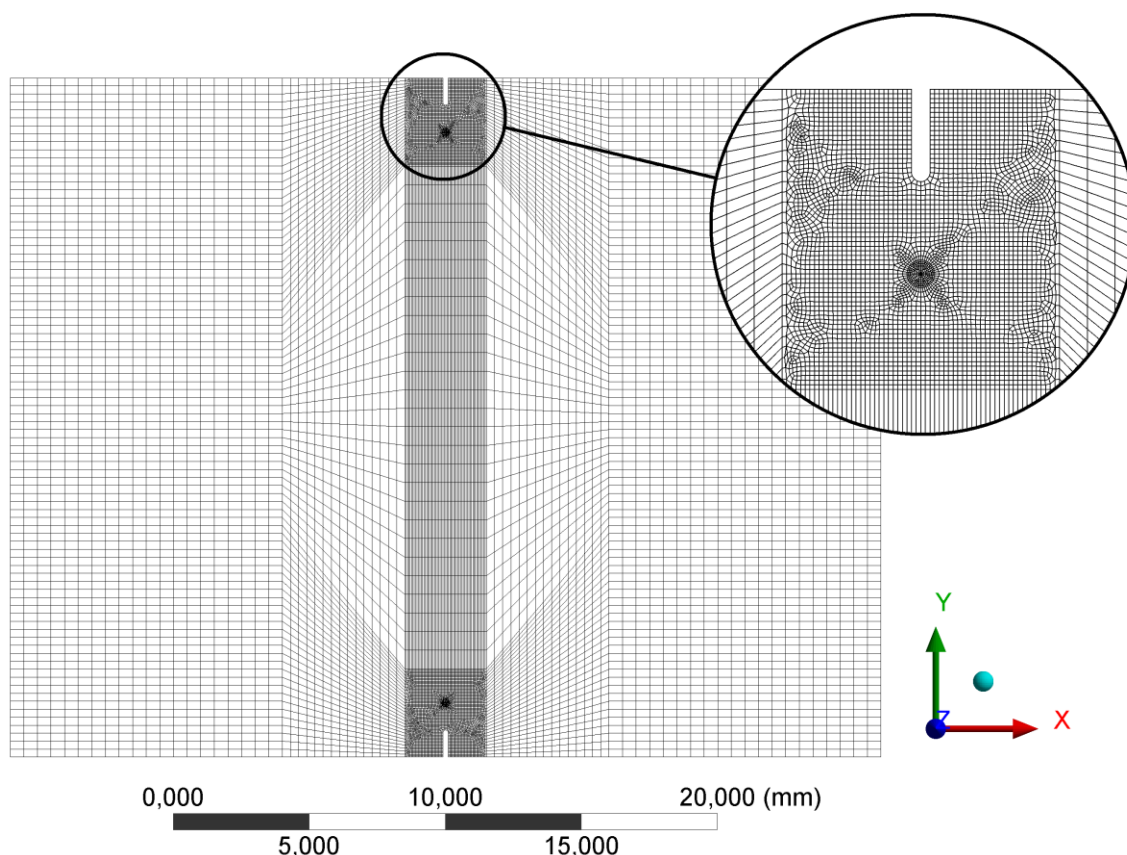
Obr. 3.4 Model zatížení a vazeb (makroskopický mód III)

3.4 Síť konečných prvků

Síť konečných prvků pro výpočet lomových parametrů musí být velmi jemná (pro vystižení singularity na čele trhliny). Z tohoto důvodu jsme se neobešli bez využití submodelingu. Ten je popsán v samostatné podkapitole.

Jak je vidět z obrázku 3.5 byla už v případě makromodelu použita relativně jemná síť. Také u ní bylo dosaženo přijatelné rovnoměrnosti. Na část představující uchopení čelistí byla použita funkce Body Sizing s maximální velikostí prvku 0,5 mm. Pro střední část pak tatáž funkce s přednastavenou maximální velikostí 0,3 mm. Výřezy odpovídající budoucí geometrii submodelu měly síť ještě jemnější. U nich byla nastavena maximální velikost na 0,05 mm. Vějířovitá struktura okolo trhliny pak měla maximální velikost 0,02 mm.

Tím vznikla síť, která měla u obou geometrických modelů přes 1,5 milionu uzlů. Další zjemnění tak již nebylo na použitém hardwarovém vybavení možné, jelikož by se neúměrně prodloužil již tak velmi časově náročný výpočet. Použit byl 3D element SOLID 186.



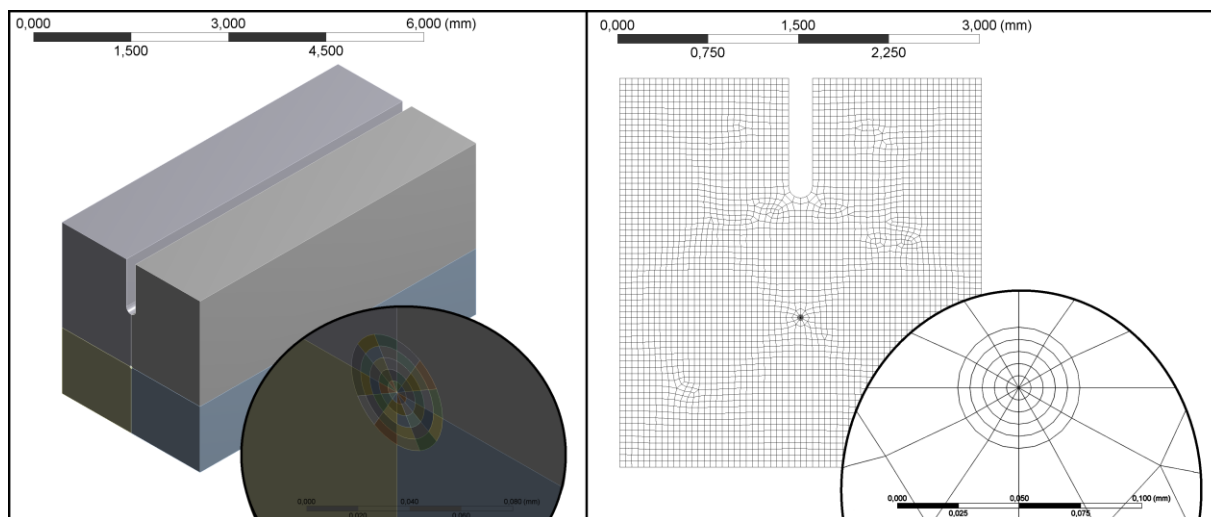
Obr. 3.5 Síť konečných prvků u makromodelu

3.5 Submodeling

Jak již bylo zmíněno, pro dosažení požadované přesnosti výpočtu bylo zapotřebí využít submodelingu. Ten zaujímal kvádr okolo horní trhliny. Jeho šířka byla 3 mm a výška se pak měnila v závislosti na uvažované délce trhliny. Hloubka byla v případě modelu, zatíženého v makroskopickém módu II, rovna 6 mm. U modelu zatíženého v makroskopickém módu III pak 12 mm.

Model pro makroskopický mód II je vidět na obrázku 3.6. Protože zde již byla rovnoměrnost výsledné sítě velmi podstatná, už v modelu došlo k rozdělení malé oblasti o průměru 0,05 mm soustřednými kružnicemi. Vznikla tak rovnoměrná struktura a funkcí Edge Sizing bylo hranám přiřazeno pevné dělení rovno jedné. Podél hloubky vzorku pak měly hrany odpovídající větší počet dělení.

Okolní struktura pak za pomoci funkce Body Sizing byla přiřazena maximální velikost 0,05 mm. Znovu jsme se tak dostali na síť konečných prvků, která měla v případě trhliny $a = 1$ mm přes 1,5 milionů uzlů. To však platí pouze pro případ trhliny zatížené v makroskopickém módu II. U trhliny zatížené makroskopickým módem III bylo uzlů ještě dvakrát tolik (z důvodu dvojnásobné hloubky) a výpočet tak byl již opravdu velmi časově náročný. Použitý element byl v obou případech SOLID 186.



Obr. 3.6 Model a síť konečných prvků u submodelu

3.6 Nastavení kontaktu na lomových plochách

Na nespojených částech modelu, představující lomové plochy, byl přiřazen kontakt typu Frictional. Ten měl dostatečné možnosti nastavení, aby bylo možné najít požadovaná kritéria, jak již bylo uvedeno v úvodu práce. Pro simulaci kontaktu bez tření by dále mohl být použit kontakt typu Frictionless. Ten však v našem případě dával stejné výsledky jako Frictional s koeficientem tření $f = 0$. Jeho použití tak nebylo zapotřebí.

Koeficient tření byl pak volen na základě tabulky 2.1. Pro kontakt oceli s ocelí tak přichází do úvahy hodnoty téměř od nuly (pro mazaný povrch) po hodnoty okolo jedné. Rozsah koeficientu f byl zvolen 0-1,2 a výpočty byly odstupňovány po hodnotě 0,2. Pro získání přesnějších výsledků byla nezávisle na velikosti trhliny nastavena maximální dovolená penetrace 3e-4 mm.

4 Vlastní řešení a zpracování výsledků

Vlastní řešení počátečního problému bylo rozděleno do třech částí podle velikosti přídavné osově síly. V prvním nejjednodušším případě nebyla osová síla vůbec do modelu vložena. Protože se ukázalo, že jsou takto získané výsledky relativně málo vypovídající, byla pro další běhy výpočtů zavedena osová tlaková síla. V jedné sérii pomocí přiblížení o $2 \cdot 10^{-3}$ mm a v druhé o $5 \cdot 10^{-4}$ mm. Vyhodnocení pak proběhlo odděleně, ale na závěr byly jednotlivé výsledky porovnány do společného trojrozměrného grafu.

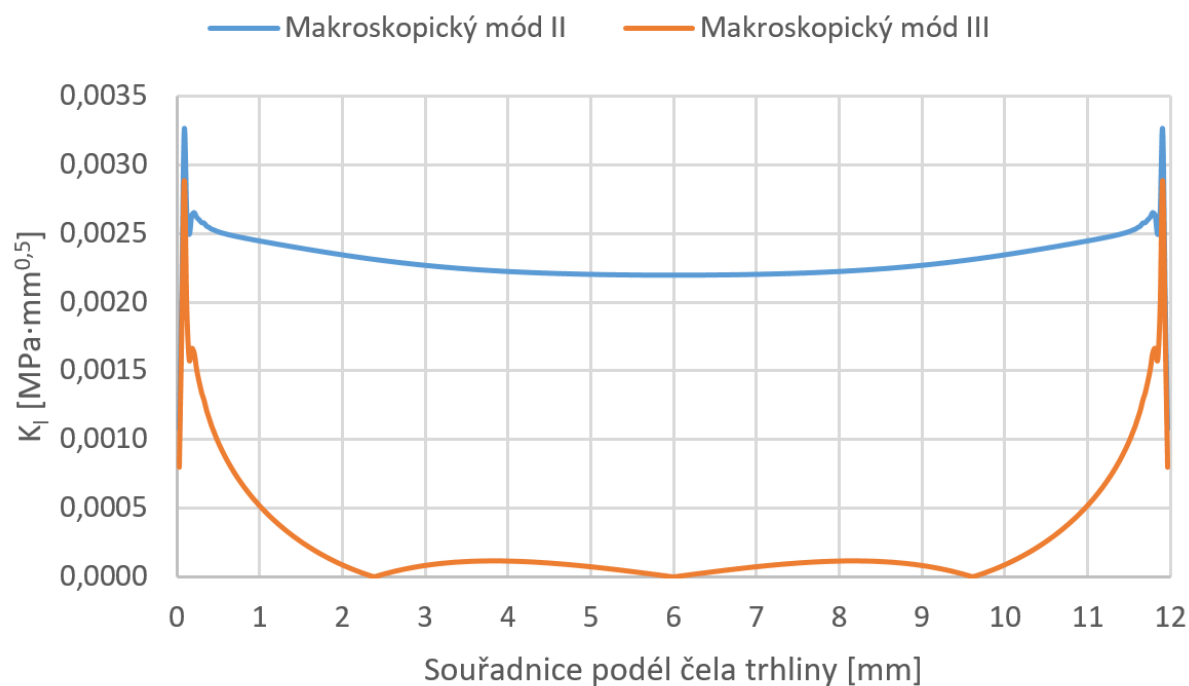
Přestože podle definice J–integrálu nezávisí jeho hodnota na integrační cestě, výsledky ukázaly, že tomu tak není bezpodmínečně. Lomové parametry byly počítány na celkem šesti integračních cestách. To je stejný počet, jako je rovnoměrně vytvořených kruhů sítě konečných prvků. Především první integrační cesta měla vlivem singularity na čele trhliny velmi odlišné výsledky než ostatní. Úplně poslední se také mírně odchylovala. To je zřejmě způsobeno bezprostředním napojením na již nerovnoměrnou síť. Druhá až pátá integrační cesta dávala prakticky totožné výsledky. V dalším srovnání je tak využito pouze páté integrační řady elementů. Také výsledky z uzlů ležících na čele trhliny a zároveň bezprostředně na okraji vzorku dávaly evidentně špatné výsledky. I tyto uzly se tak v dalším srovnání neobjevují. Pro případ trhliny zatížené makroskopickým módem II šlo o jednu krajní hodnotu a v případě modelu zatíženého makroskopickým módem III hodnoty dvě. U všech hodnot součinitelů intenzity napětí jsou zobrazeny jejich absolutní hodnoty. To má význam především pro K_I a je to na příčném místě zdůrazněno.

4.1 Bez osově síly

Při vyhodnocení bez osově síly by výslední součinitelé intenzity napětí měly splňovat jisté základní předpoklady. Jejich dodržení nám pak dává jakousi zpětnou kontrolu toho, že je vše na modelu nastaveno skutečně správně. Prvním předpokladem je, že u obou modelů bude K_I zanedbatelné ve srovnání s K_{II} a K_{III} . Že tomu tak skutečně je, je vidět na grafu 4.1. Dokonce jsou hodnoty o více než čtyři řády nižší než zbylé koeficienty součinitelů intenzity napětí. Zobrazena je jeho absolutní hodnota.

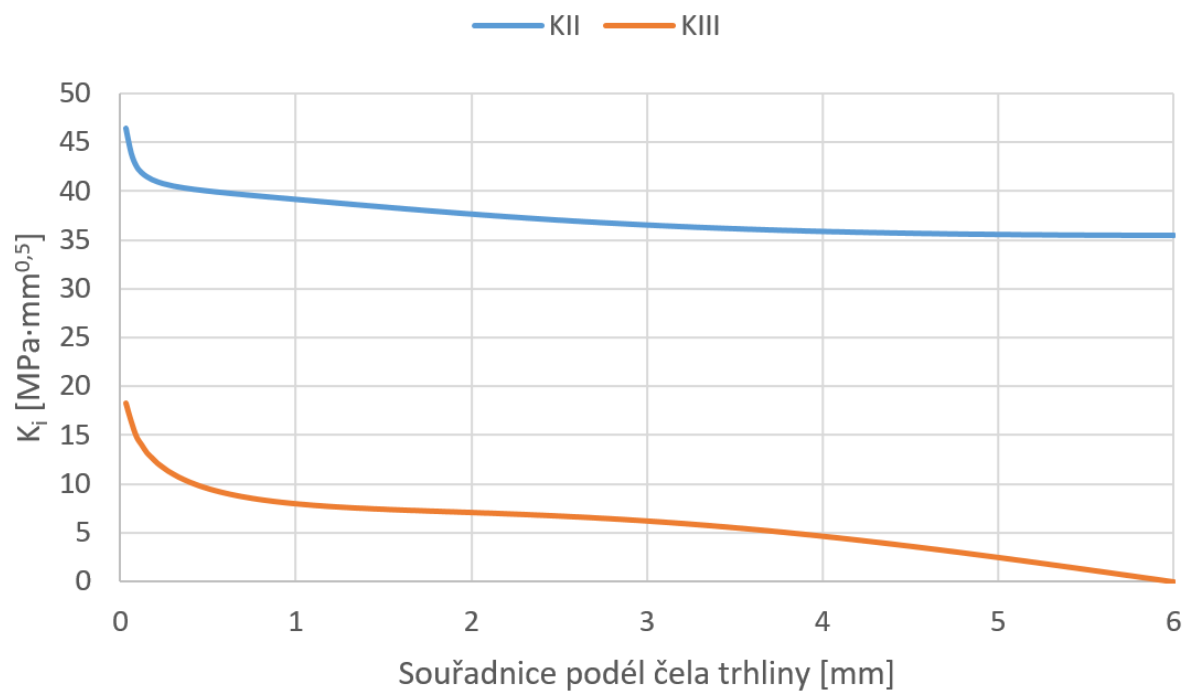
V obou případech je vidět, že okrajové efekty způsobí nárůst K_I . To však není s ničím v rozporu. Navíc jde stále o nárůst na relativně zanedbatelnou hodnotu.

Srovnání K_I nám ukáží až další grafy. V porovnání s ostatními součiniteli intenzity napětí je významně nižší a nepředstavuje pro nás zajímavou oblast. Jinak je tomu však v případě přidání osově síly. Zde již jeho hodnota zdaleka zanedbatelná není, ale jelikož se bavíme o tlakové oblasti, jde o nepoškozující, a tudíž opět nepodstatnou oblast. V další části se tedy již K_I nebude vyhodnocovat.



Graf 4.1 Průběh K_I pro oba geometrické modely ($a=1$ mm, $f=1,2$)

Dalším předpokladem je, že v případě vzorku zatěžovaného v makroskopickém módu II bude dosaženo čistého módu II ve středu (vzdálenost 6 mm). Tak tomu i ve skutečnosti bylo a je to vidět na grafu 4.2 v kombinaci s grafem 4.1. K_I i K_{III} jsou ve vzdálenosti 6 mm od kraje rovny nule a je tak zajištěn čistý mód II v tomto bodě. Ke kraji pak K_{II} , ale především K_{III} stoupá.

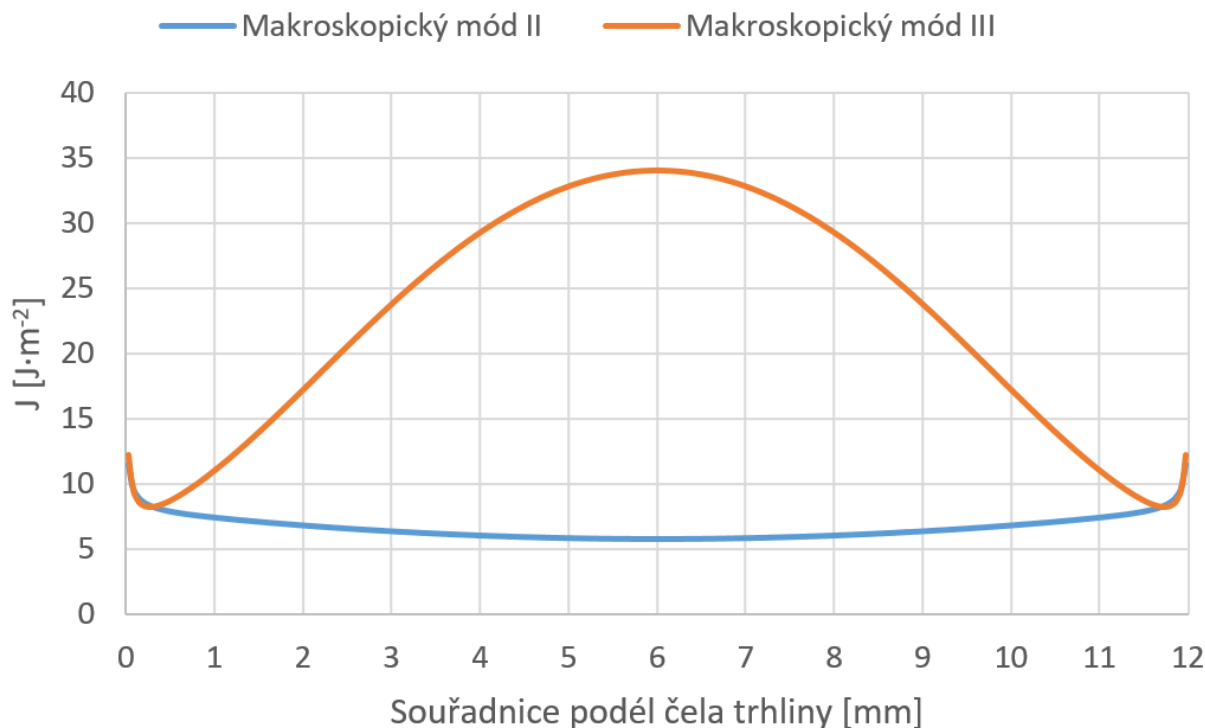


Graf 4.2 Průběh K_{II} a K_{III} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu II ($a=1$ mm, $f=1,2$)

Obdobně jako v předchozím případě mělo i u vzorku zatíženého v makroskopickém módu III vyjít, že čistý mód III je ve středu vzorku (vzdálenost 6 mm). I tento předpoklad byl splněn viz graf 4.3. Faktor intenzity napětí K_{III} byl navíc, s výjimkou okrajů vzorků, naprosto dominantní po celé délce. K_{II} vyšel na přibližně dvou třetinách délky téměř nulový.



Graf 4.3 Průběh K_{II} a K_{III} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu III ($a=1$ mm, $f=1,2$)



Graf 4.4 Průběh J -integrálu pro oba geometrické modely ($a=1$ mm, $f=1,2$)

Ani průběh J–integrálu není nikterak překvapivý (graf 4.4). V obou případech kopíruje především průběh převládající složky faktoru intenzity napětí. I zde platí, že okrajové efekty mají za následek drobný nárůst J–integrálu na okrajích. Je zajímavé si všimnout, že zatímco u modelu zatíženého v makroskopickém módu II se hodnota J–integrálu drží v úzké hranici, u druhého modelu dochází k prudkému nárůstu ve středu vzorku.

Cílem bylo ukázat, jaký je vliv tření na lomových plochách na hodnoty lomových parametrů. Ty mohly být vyjádřeny alespoň procentuálním nárůstem/poklesem lomových parametrů v závislosti na koeficientu tření. Ukázalo se však, že čisté módy II a III, stejně jako jejich smíšené kombinace nejsou třením ovlivněny. Není tomu tak v plném rozsahu desetinných míst, které jsou u jednotlivých parametrů programem ANSYS vyexportovány.

Výpočetní čas byl u úlohy bez přitlačné síly s uvažovaným koeficientem tření $f=1,2$ v porovnání s koeficientem tření $f=0$ třikrát tak delší. Vzhledem k tomu, že výsledky nejsou na pozorovatelné úrovni vůbec ovlivněny, je tak uvažování tření velmi neúčelné. Ke stejnému závěru bychom došli, kdyby byl vzorek natahován. I zde by tření nemělo vliv. Jinak je tomu ale v případě tlakové oblasti, jak bude ukázáno v dalších podkapitolách.

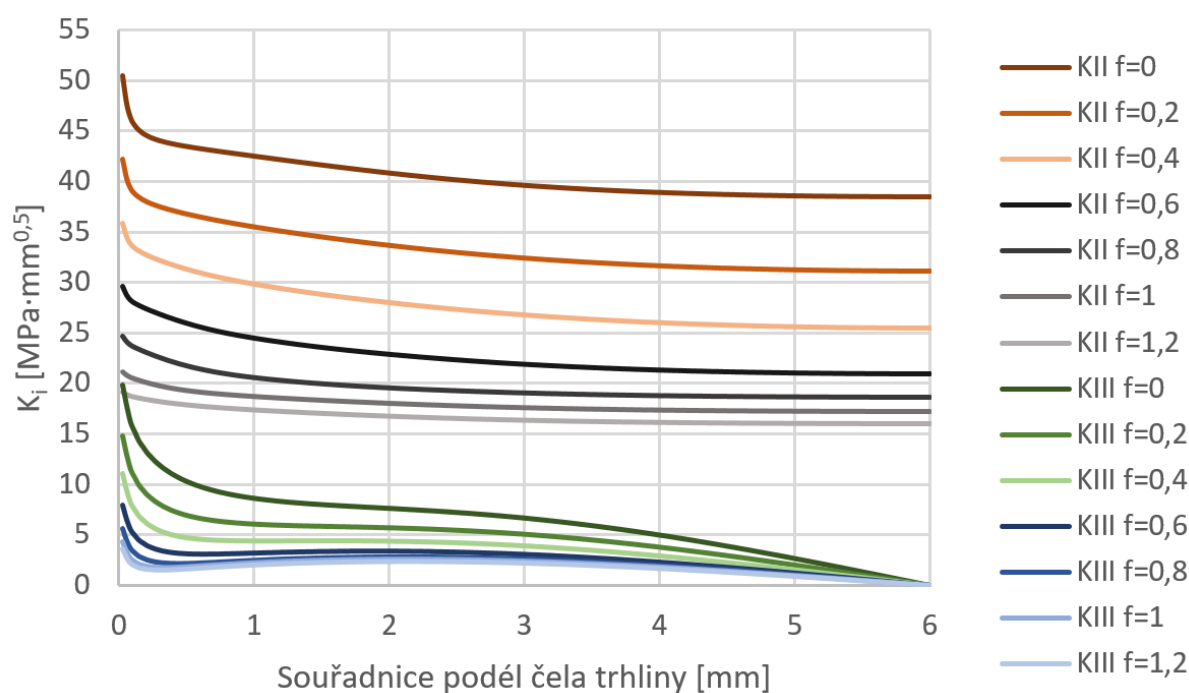
4.2 Přiblížení 2e-3 mm

Přestože by konstatováním o nepodstatnosti tření v případě zatížení vyvolávající pouze smykové módy mohla práce skončit, v praxi dochází většinou ke kombinovanému zatížení. Nelze tak přejít skutečnost, že by vzorek mohl být tahově nebo tlakově zatížen. Pozorování vlivu přídavného tahového napětí, by nemělo velký smysl. Lomové plochy by se jednoduše od sebe odchýlily a uvažování tření by tak již bylo naprosto zbytečné. Naopak při tlakovém napětí jsou lomové plochy v kontaktu a tření by tak již jistý vliv mít mohlo. Cílem tedy bude dále ukázat, jak moc budou mít přitlačné síly vliv na změnu lomových parametrů při uvažování různých koeficientů tření.

První testovaná tlaková síla vznikla v důsledku aplikace okrajové podmínky modelující přiblížení o 2e-3 mm čelistí k sobě. Ta je tedy pětikrát nižší než zatížení vyvolávající smykové módy.

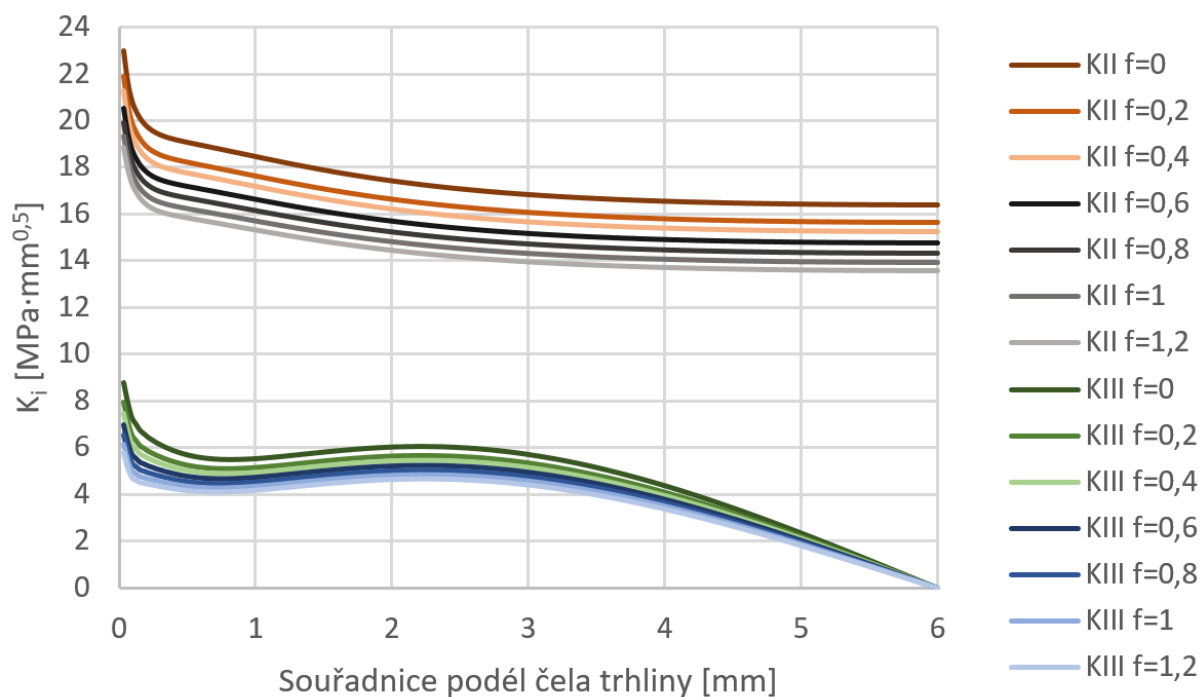
Makroskopický mód II

Jak je vidět na grafu 4.5. při těchto podmínkách má tření lomových ploch velmi významný vliv, a to především na dominantní složku faktoru intenzity napětí K_{II} . Ta poklesne i při nízké hodnotě tření velmi významně. Celkově pak na přibližně polovinu své maximální hodnoty. Hodnota součinitele intenzity napětí K_{III} je taktéž třením snížena. Je však celkově nižší než K_{II} a tudíž je i skok této veličiny úměrně menší.



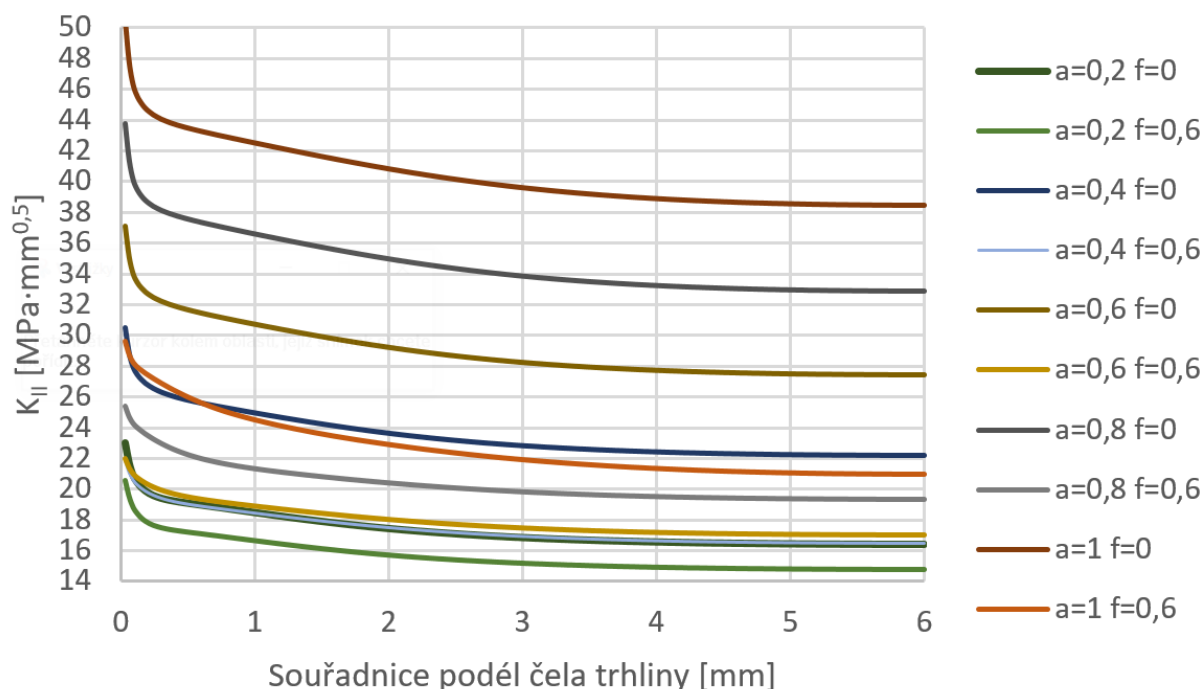
Graf 4.5 K_{II} a K_{III} u trhliny délky $a=1$ mm

Jak ukáže následující obrázek, ovlivnění třením hodně závisí na velikosti lomové plochy, na které je tření uvažováno. V případě trhliny délky $a=0,2$ mm tak vycházejí ne jenom jiné hodnoty součinitelů intenzity napětí, ale především ovlivnění třením je znatelně menší.



Graf 4.6 K_{II} a K_{III} u trhliny délky $a=0,2$ mm

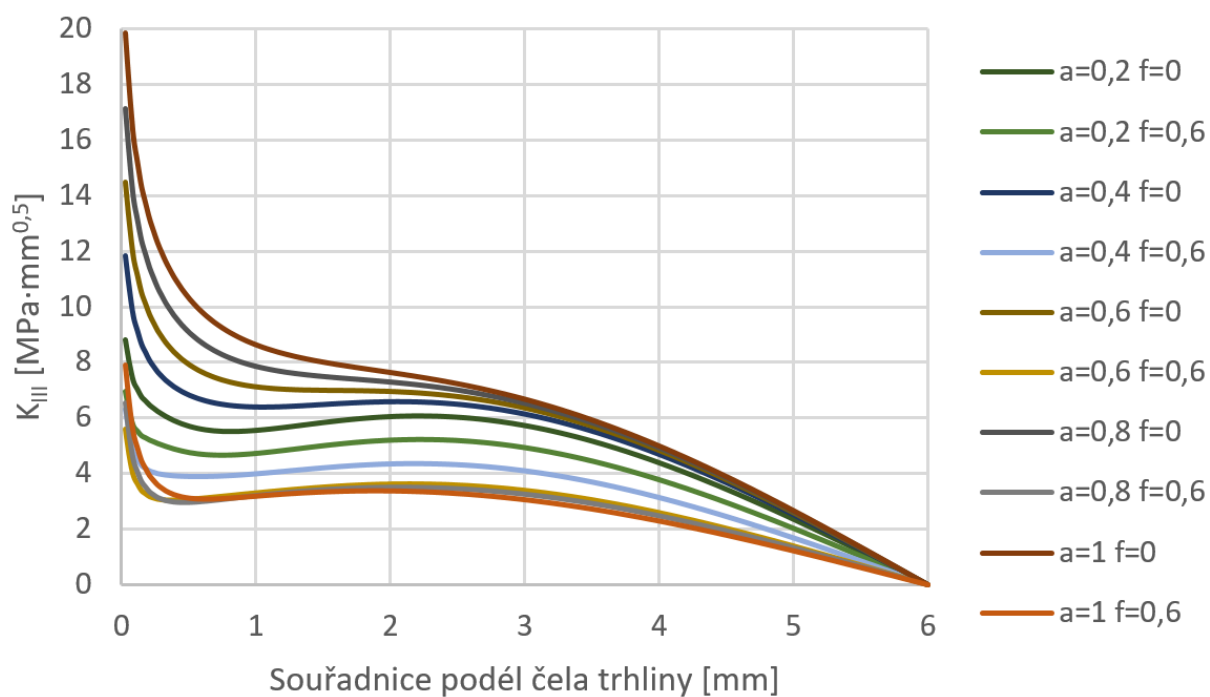
Když nyní víme, že velikost lomové plochy je významným faktorem při hodnocení vlivu tření, můžeme si pro různé délky trhliny ukázat například grafy K_{II} a K_{III} . Z důvodu vyšší přehlednosti byly pro jednotlivé délky trhlín vykresleny pouze hodnoty pro koeficienty tření $f=0$ a $f=0,6$.



Graf 4.7 K_{II} pro různé délky trhlín a koeficienty tření

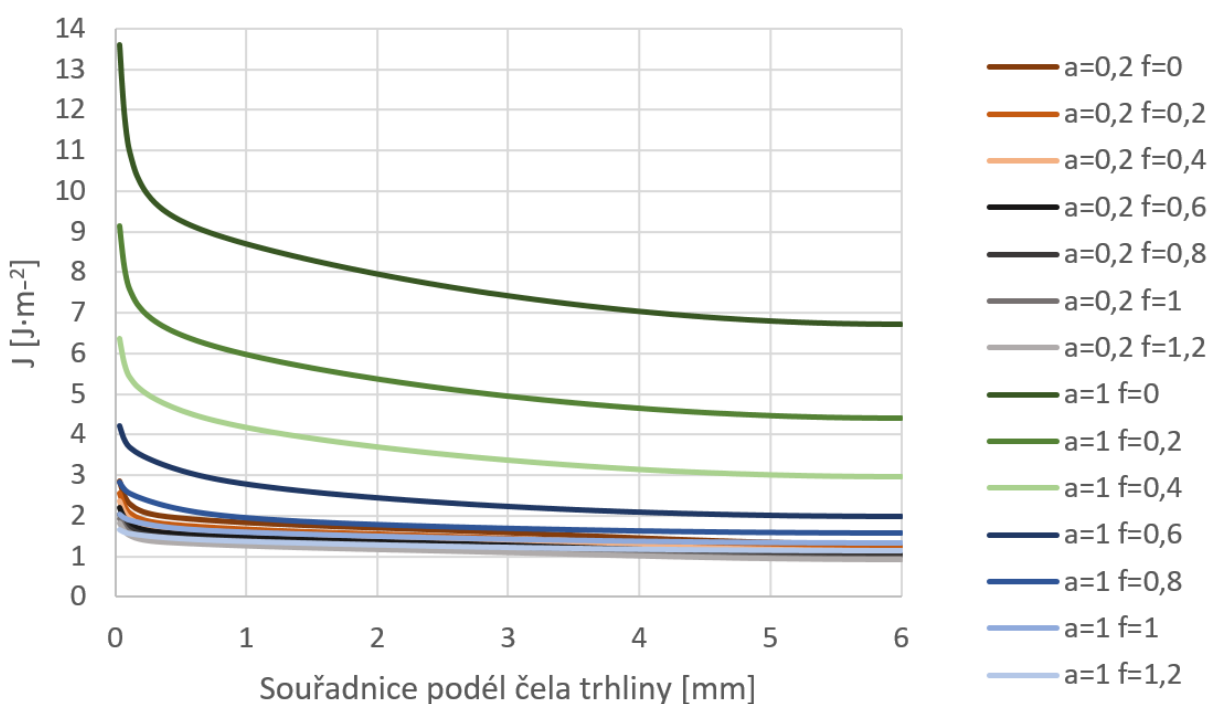
Na první pohled je zřejmé především to, že tření významně snižuje hodnotu součinitele intenzity napětí K_{II} . U trhliny délky $a=0,2$ mm je toto ovlivnění nejmenší (nejmenší uvažovaná lomová plocha) a naopak u trhliny $a=1$ mm největší. Pokles hodnot součinitelů intenzity napětí je pak závislý přímo na aplikovaném koeficientu tření f . Na grafu 4.7 je zobrazena hodnota pro $f=0,6$, protože při krajní testované hodnotě $f=1,2$ došlo k tomu, že křivky již nebyly tak zřetelně závislé na délce trhliny. Tření již bylo tak významné, že faktory intenzity napětí K_i poklesly na určitou hodnotu, která se držela v úzkém pásu nezávisle na délce trhliny a .

Již popsaná situace nezávislosti faktoru intenzity napětí na délce trhliny je ještě zřetelnější na grafu 4.8. Zde, i přestože je vykreslena opět hodnota koeficientu tření $f=0$ a $f=0,6$, jsou pro délku trhliny 0,6-1 mm součinitelé intenzity napětí K_{III} stále ve velmi úzkém pásu. Jinak je tomu v případě délky trhlín v intervalu $a=0,2-0,4$ mm, kdy jsou dvě odpovídající křivky odtrženy od ostatních. V pásmu hodnot $a=0,4-0,6$ mm tak leží jakýsi bod zlomu. Pro něj platí, že pro větší délky trhliny (v kombinaci s uvažovanou přítláčnou silou a koeficientem tření) není součinitel intenzity K_{III} na délce trhliny příliš závislý. Hledání tohoto bodu zlomu v závislosti na přítláčné síle a koeficientu tření, by mohlo být dobrým námětem pro další výzkum. Jistým způsobem lze vyčíst i z již generovaných dat, ale pro skutečné posouzení by bylo vhodné provádět výpočty cíleně orientované k této hranici a současný počet výpočtů stačí pouze k velmi hrubé představě.

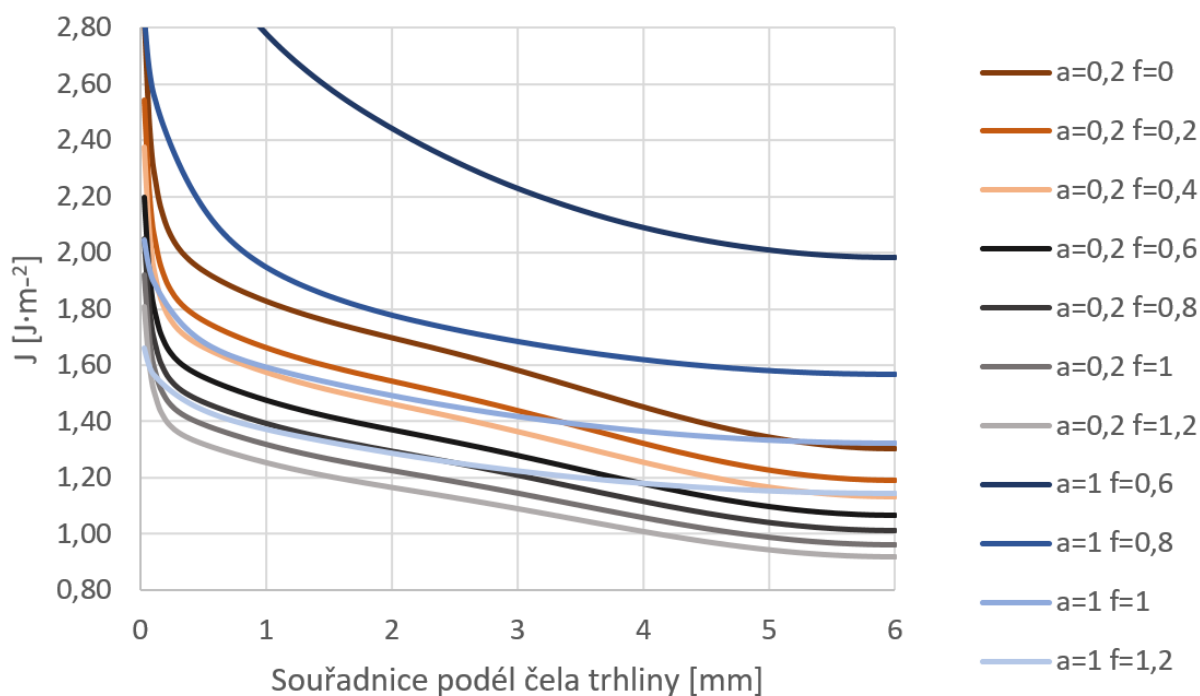


Graf 4.8 K_{III} pro různé délky trhlin a koeficienty tření

Na následujících dvou grafech je pak průběh J–integrálu pro délku trhliny $a=0,2$ mm a $a=1,2$ mm. Je vidět neustálý pokles tohoto lomového parametru při zvyšujícím se koeficientu tření.



Graf 4.9 J–integrál ($a=0,2$ mm a $a=1$ mm)

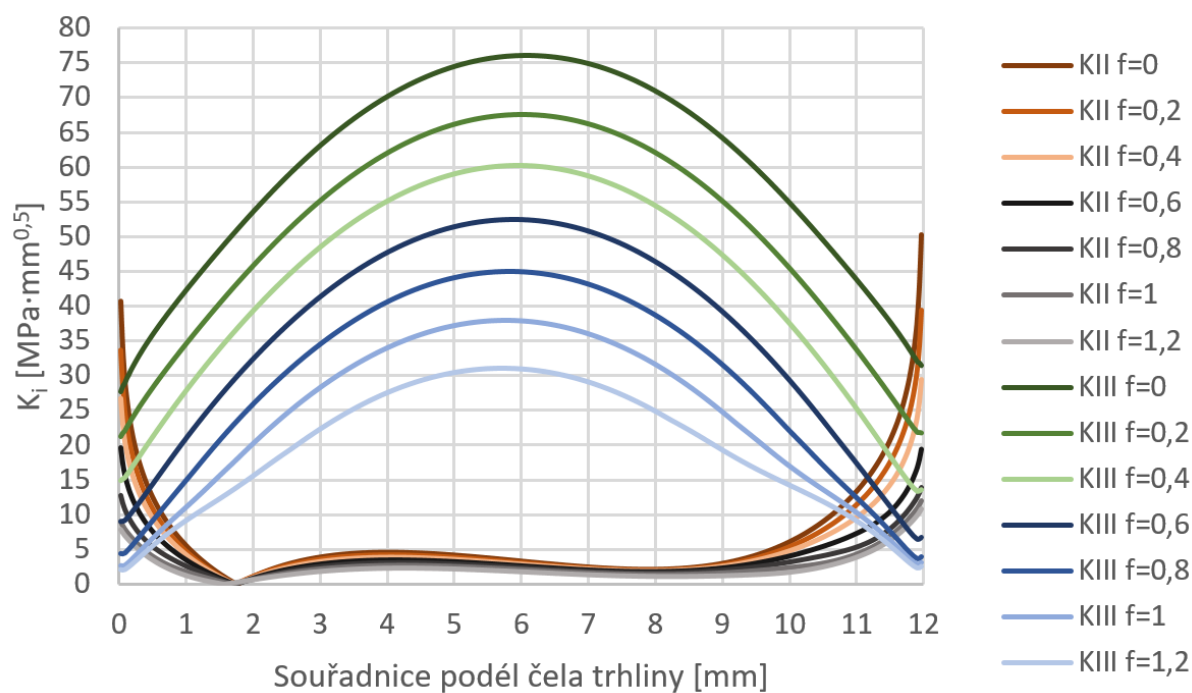


Graf 4.10 J-integrál – detail předešlého ($a=0,2$ mm a $a=1$ mm)

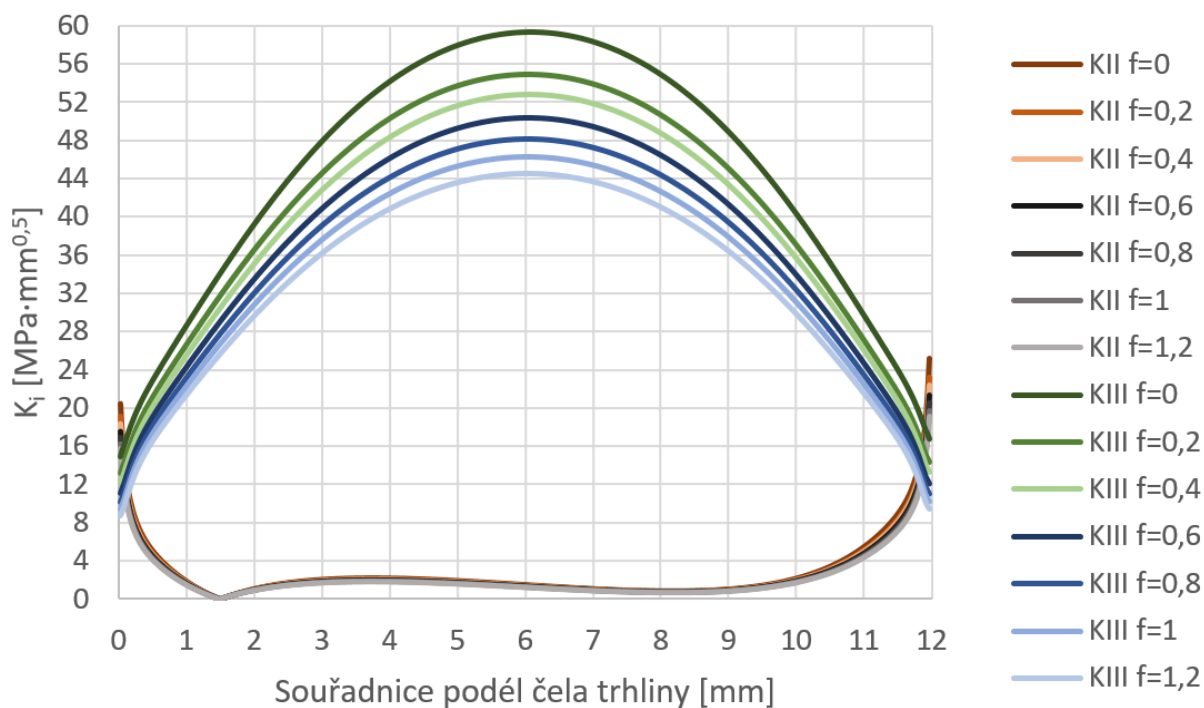
Makroskopický mód III

Obdobně jako v případě modelu zatíženého v makroskopickém módu II je i zde třením významně ovlivněna především převládající složka faktoru intenzity napětí. V tomto případě jde o K_{III} . Ta klesne v uvažovaném rozsahu o více než polovinu své maximální hodnoty (pro $a=1$ mm). K_{II} je ovlivněna méně. Jistý význam má však tření na jeho krajní hodnoty, které významně poklesnou se zvyšujícím se koeficientem tření. Podél zbylé části čela trhliny však není rozdíl nijak markantní. Vše je vidět na grafu 4.11.

Graf 4.12 pak ukazuje totéž pro délku trhliny $a=0,2$ mm. I zde se potvrdilo, že velikost lomové plochy je významným faktorem při pozorování vlivu tření na součinitele intenzity napětí.



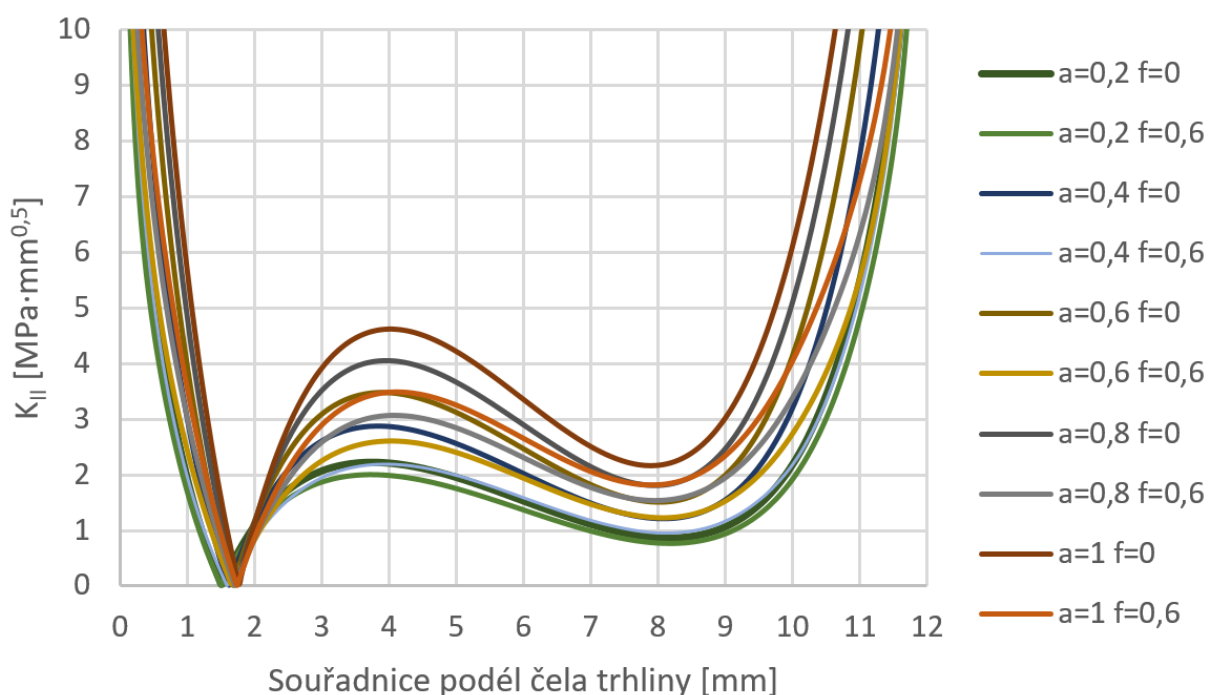
Graf 4.11 K_{II} a K_{III} u trhliny délky $a=1$ mm



Graf 4.12 K_{II} a K_{III} u trhliny délky $a=0.2$ mm

Nyní si ukážeme grafy K_{II} a K_{III} pro různé délky trhliny a součinitele intenzity napětí. Opět byla z důvodu vyšší přehlednosti vykreslena data pouze pro hodnoty koeficientů tření $f=0$ a $f=0,6$.

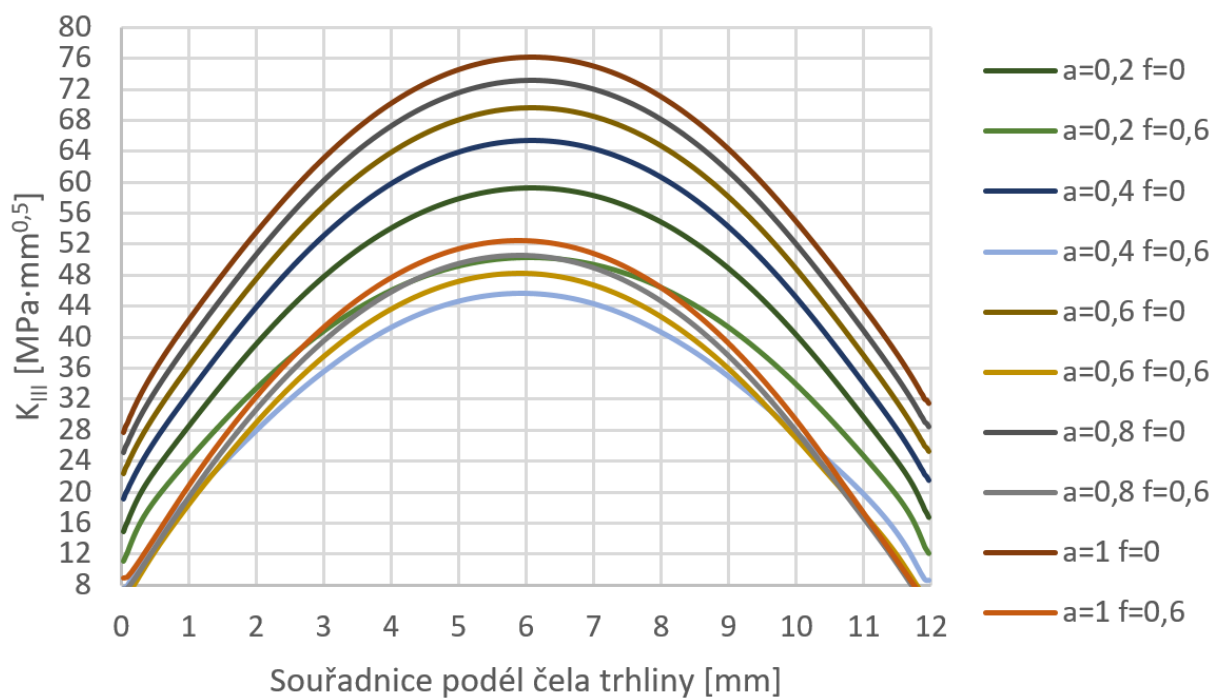
Menší ze smykových složek faktoru intenzity napětí K_{II} je na grafu 4.13. I zde platí to, že v případě větší délky trhliny došlo k většímu posuvu křivek k nižším hodnotám než v případě trhliny kratší. Maximální hodnoty na grafu vidět nejsou, zaujímají ale pouze malou část krajů trhliny a zbytek grafu by kvůli nim byl nepřehledný.



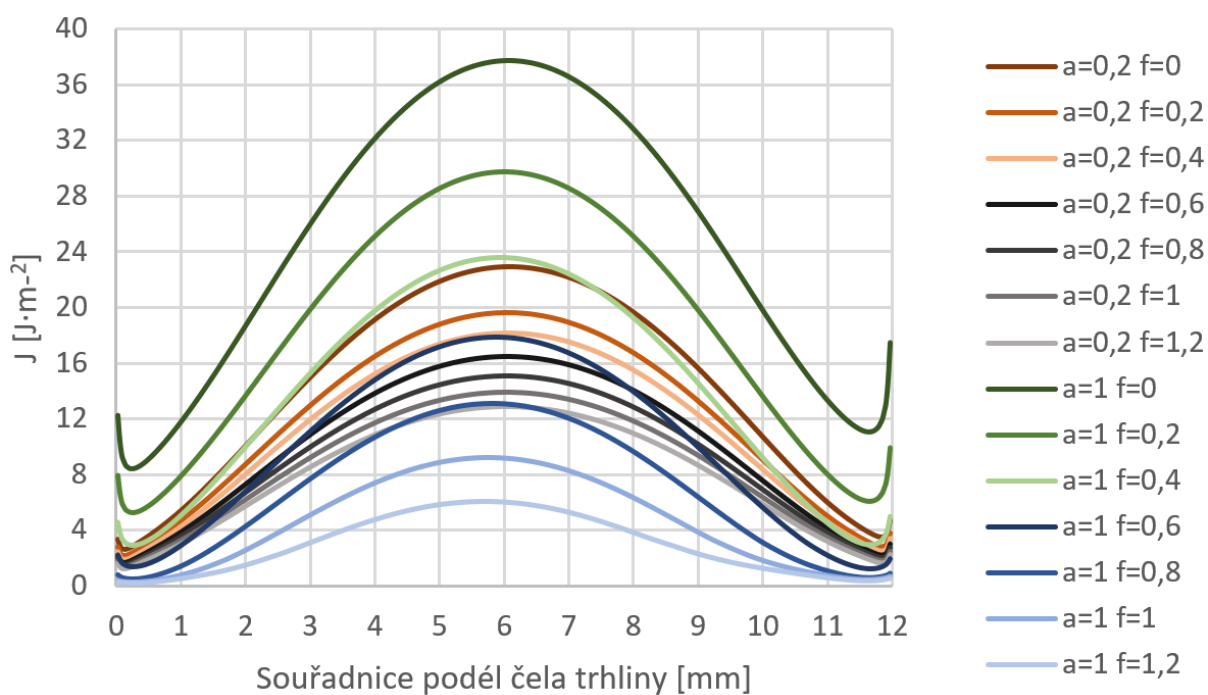
Graf 4.13 K_{II} pro různé délky trhlín a koeficienty tření

Na grafu 4.14 je vidět průběh K_{III} pro různé délky trhlín a koeficienty tření. I zde se ukázalo, že při větší délce trhliny má tření významnější vliv.

Závěrečný graf této podkapitoly 4.15 ukazuje průběh J-integrálu pro délku trhliny $a=0,2$ mm a $a=1,2$ mm. I tento lomový parametr klesá se zvyšujícím se koeficientem tření a svých nejvyšších hodnot dosahuje ve středu vzorku.



Graf 4.14 K_{III} pro různé délky trhlín a koeficienty tření



Graf 4.15 J -integrál ($a=0,2$ mm a $a=1$ mm)

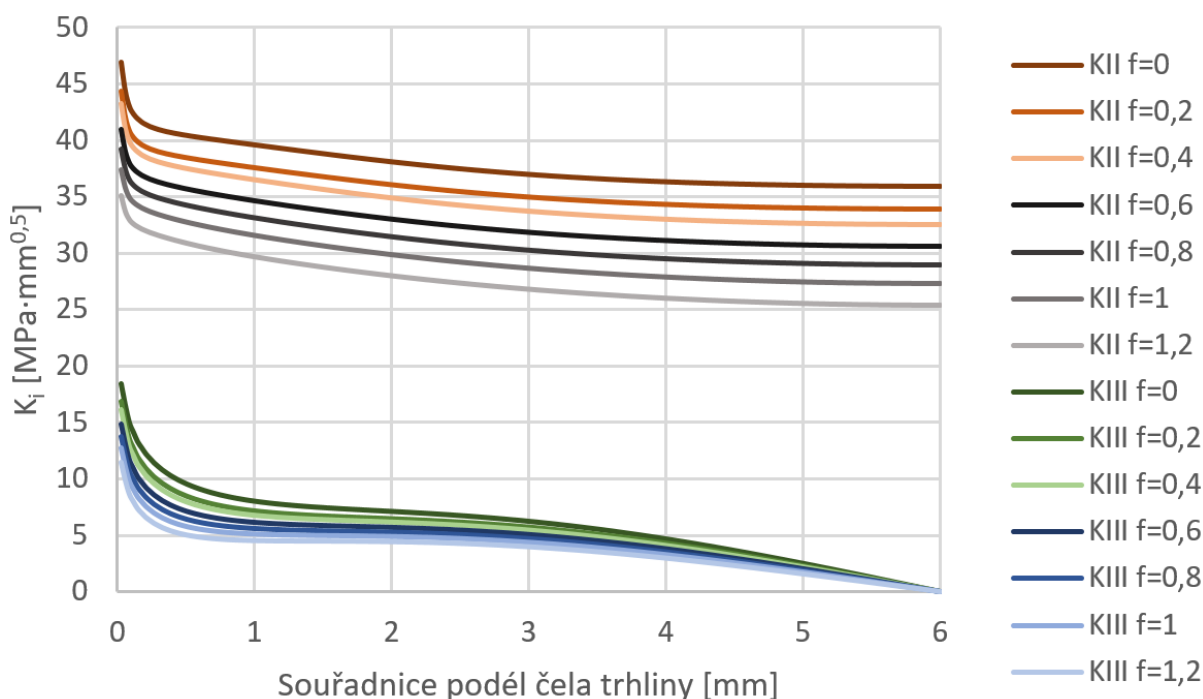
4.3 Přiblížení 5e-4 mm

Protože přiblížení 2e-3 mm se ukázalo jako příliš významné a tření v tomto případě ovlivňovalo výsledky velmi markantně, bylo pro další sérii výpočtů použito přiblížení čtyřikrát menší. Zde již byl očekáván úbytek vlivu koeficientu tření na výsledné lomové parametry.

Kapitola 4.3 se od 4.2 liší pouze kvantitativně a nikoliv kvalitativně, proto již nebudou grafy doprovázeny tak rozsáhlými popisky. Uvedeny budou pouze ty nejvýznamnější grafy. Ty, které vůči kapitole 4.2 chybějí, pak budou součástí přílohy této práce.

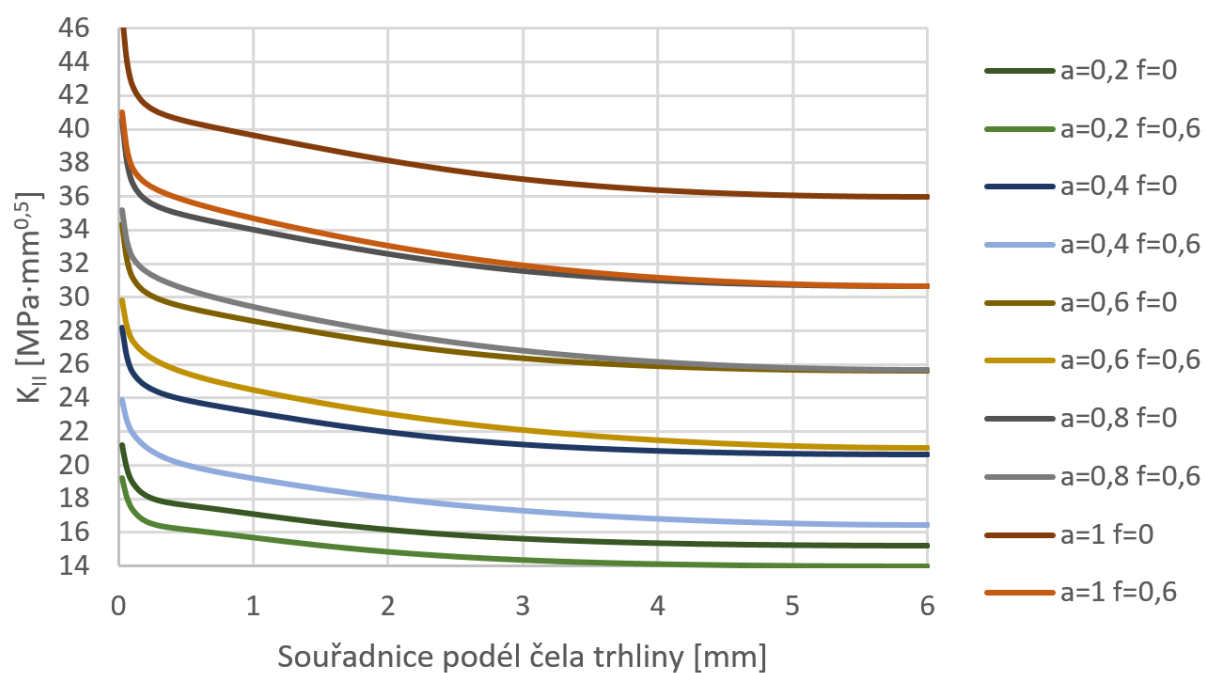
Makroskopický mód II

Graf 4.16 ukazuje, že nyní již má tření významně menší dopad na velikost faktoru intenzity napětí K_{II} a K_{III} . Vyobrazen je graf pro délku trhliny $a=1$ mm. Připomeňme si, že ve stejném případě u přiblížení 2e-3 mm klesla převládající složka faktoru intenzity napětí K_{II} na téměř poloviční hodnotu. Zde již k tak významnému poklesu nedochází. U kratších délek trhlin je pak pokles ještě méně významný (ukáže příloha pro délku trhliny $a=0,2$ mm).



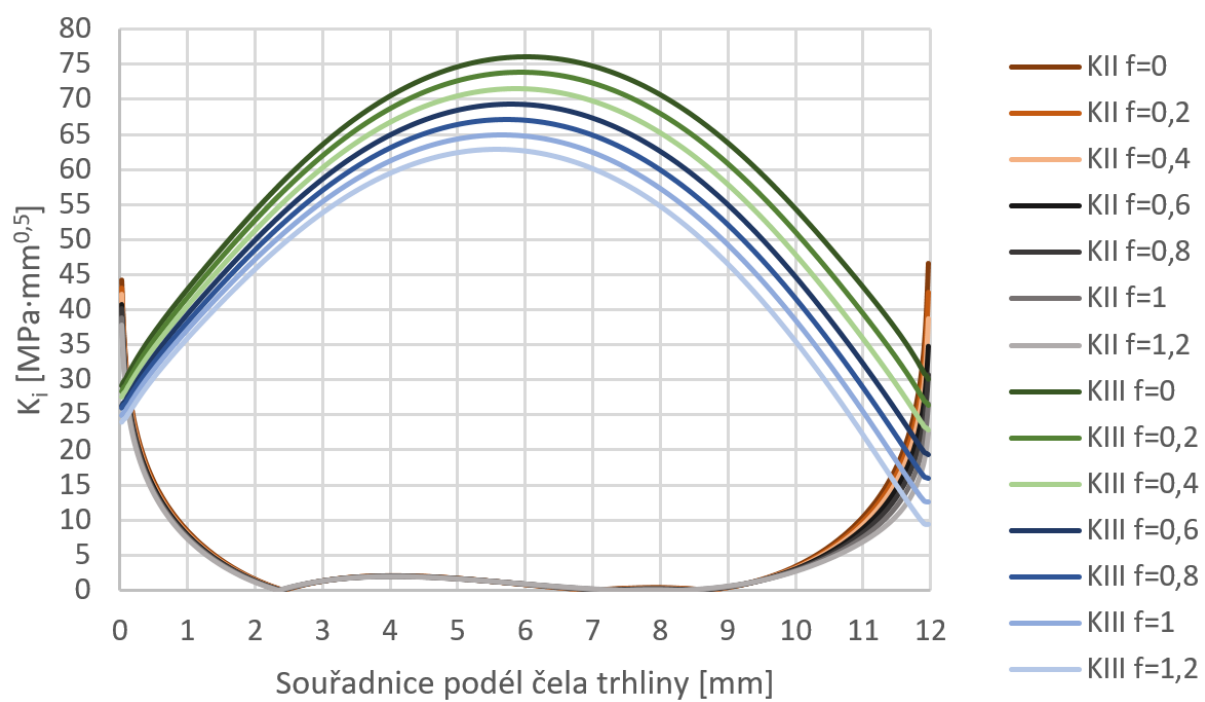
Graf 4.16 K_{II} a K_{III} u trhliny délky $a=1$ mm (přiblížení 5e-4 mm)

Když si nyní vykreslíme dominantní složku faktoru intenzity napětí K_{II} , zjistíme, že ovlivnění třením se pro všechny délky trhlin významně snížilo ve srovnání s předchozím uvažovaným přiblížením. Pro nejmenší uvažovanou lomovou plochu (délka trhliny $a=0,2$ mm) je toto ovlivnění nejmenší. Vše je zřetelné na grafu 4.17.



Graf 4.17 K_{II} pro různé délky trhlin a koeficienty tření (přibližně $5e-4$ mm)

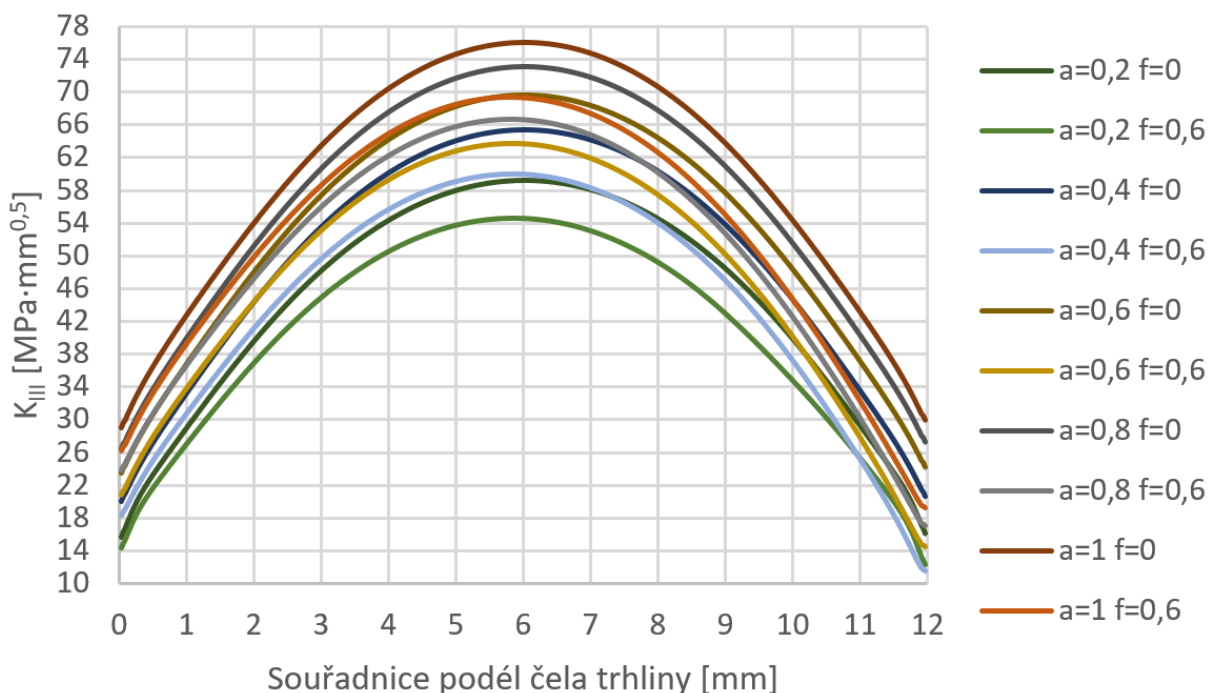
Makroskopický mód III



Graf 4.18 K_{II} a K_{III} u trhliny délky $a=1$ mm (přibližně $5e-4$ mm)

Na grafu 4.18 je vidět, že tření na lomových plochách má při menším osovém zatížení snížený vliv na velikost faktorů intenzity napětí K_{II} a K_{III} . Vyobrazen je graf pro délku trhliny $a=1$ mm. Pakliže bychom se podívali na výsledky při přiblížení $2e-3$ mm, zjistili bychom, že převládající složka faktoru intenzity napětí K_{III} klesla o více než polovinu. Zde již zdaleka nejde o tak významný pokles. Ten je pak ještě nižší u trhlín kratších délek, jak ukáže příloha pro trhlinu $a=0,2$ mm.

Když si zobrazíme výsledky pro dominantní složku faktoru intenzity napětí K_{III} , zjistíme, že i zde se velmi snížilo ovlivnění třením ve srovnání s předchozím uvažovaným přiblížením. Vzájemné srovnání pro různé délky trhlín a koeficienty tření ukazuje graf 4.19.



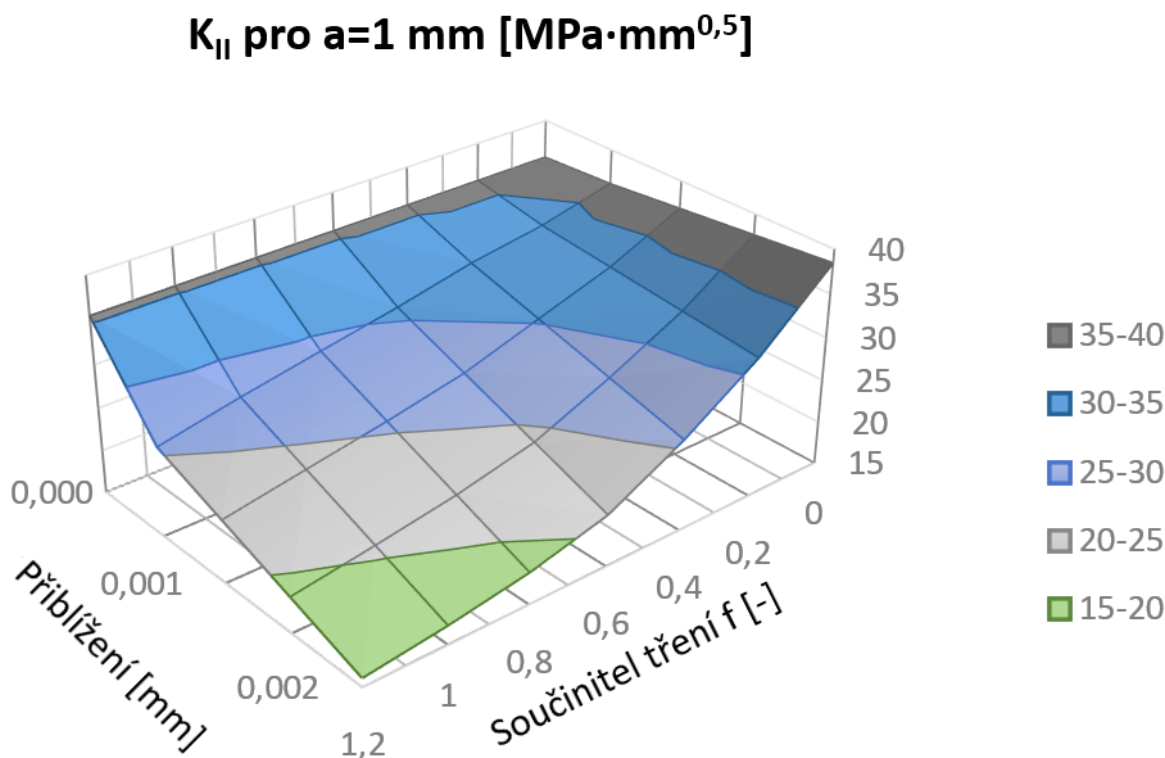
Graf 4.19 K_{III} pro různé délky trhlín a koeficienty tření (přiblížení $5e-4$ mm)

4.4 Vzájemné porovnání

Nyní se zaměříme na srovnání, kde v jednom grafu budeme mít pro konkrétní délku trhliny alespoň část výsledků z každého běhu výpočtů. Zde se podrobněji podíváme na výsledky pro nejdelší uvažovanou délku trhliny $a=1$ mm. Ostatní budou obsaženy v příloze této práce. Grafy nyní budou mít dvě nezávisle proměnné a jednu závisle proměnnou. První nezávisle proměnnou je součinitel tření f . Druhou je osové přiblížení. Zde je nutné zdůraznit, že skutečně počítané byly pouze hodnoty $5e-4$ mm a $2e-3$ mm. Ostatní jsou lineární interpolací mezi těmito body.

Závisle proměnnou je pak součinitel intenzity napětí K_{II} nebo K_{III} . Ten je vykreslen pouze z místa, kde působí v co možná nejčistším módu. Pro model zatížený v makroskopickém módu II i III je to shodně ve středu vzorku. Čistý mód je vždy narušen vzrůstajícím osovým přiblížením, při kterém se objeví dodatečně K_I . Bez přiblížení se dá mluvit o čistých smykových módech.

Grafy vykreslující součinitel intenzity napětí K_{II} se vztahují k modelu zatíženému v makroskopickém módu II. Grafy vykreslující součinitel intenzity napětí K_{III} jsou pak vztaženy k modelu zatíženému v makroskopickém módu III.



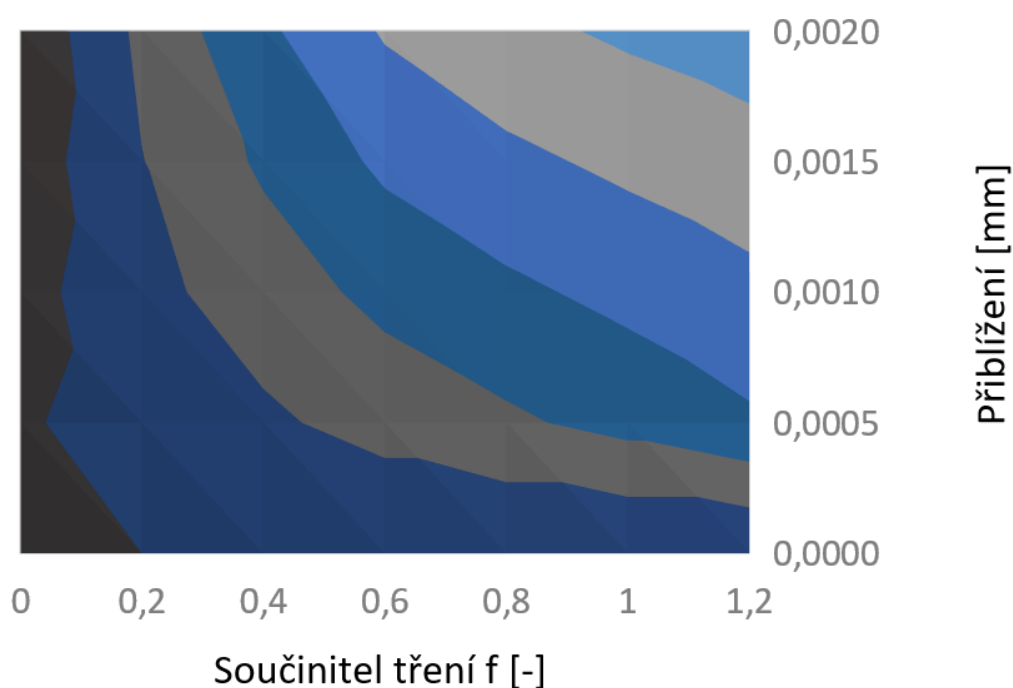
Graf 4.20 Prostorový graf průběhu K_{II} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu II ($a=1$ mm)

Graf 4.20 nám ukazuje míru ovlivnění převládající složky faktoru intenzity K_{II} třením u modelu zatíženého v makroskopickém módu II. Pokles K_{II} je tím větší, čím větší je aplikované přiblížení a součinitel tření f . V případě osového přiblížení 2e-3 mm je pokles velmi významný už při malých hodnotách koeficientu tření f . Další zvyšování tohoto koeficientu už zdaleka nemá tak výrazný dopad na výsledky.

Následující graf 4.21 není v podstatě ničím jiným než graf 4.20 při pohledu shora. Tím je zajištěno lepší čitelnosti na úkor ztráty názorných prostorových efektů. Navíc je zde hodnota K_{II} převedena na procenta, přičemž za 100 % je považována hodnota pro součinitel tření $f=0$ a nulové přiblížení. Je vidět, že napříč testovanými hodnotami poklesla hodnota součinitele intenzity napětí K_{II} na méně než polovinu svého maxima.

K_{II} vyjádřené v procentech u trhliny $a=1$ mm [%]

40-50 50-60 60-70 70-80 80-90 90-100 100-110

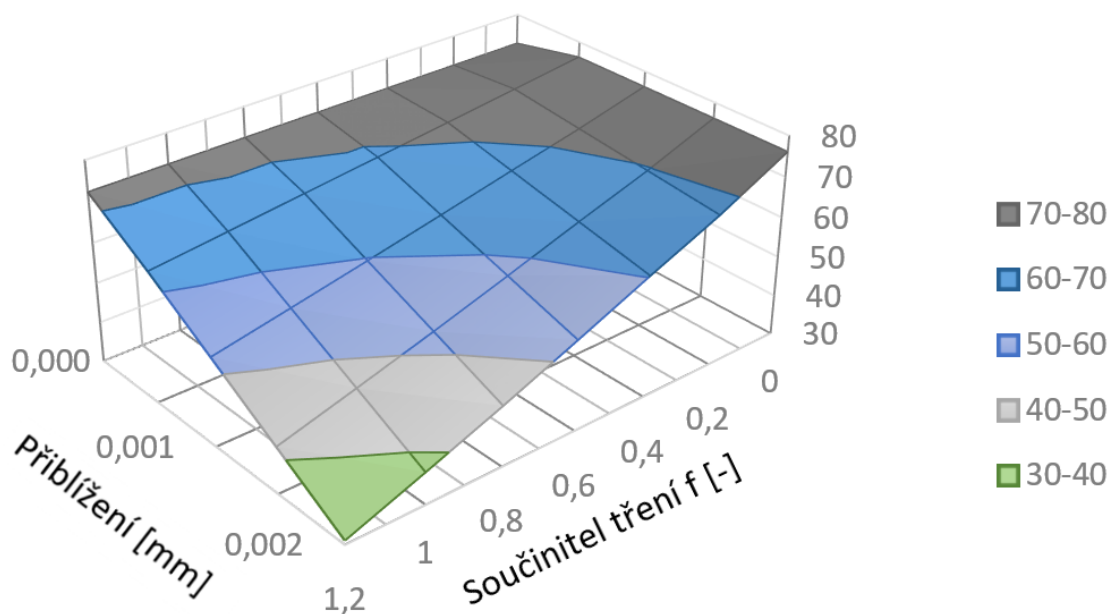


Graf 4.21 Graf poklesu/vzrůstu K_{II} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu II ($a=1$ mm)

Když se nyní podíváme na situaci u modelu zatíženého v makroskopickém módu III, zjistíme, že si je do značné míry podobná s modelem zatíženým v makroskopickém módu II. Oproti změně u K_{II} nevykazuje K_{III} tak náhlé skoky a průběh poklesu s rostoucím třením a přítláčnou silou je mnohem plynulejší, než tomu bylo v předešlém případě.

Lineární interpolace tak v tomto případě mnohem více odpovídá skutečnému průběhu a zdá se, že dobře vystihuje i oblast, kde nebylo dostatek experimentálních dat. Tato skutečnost je vidět na grafu 4.22.

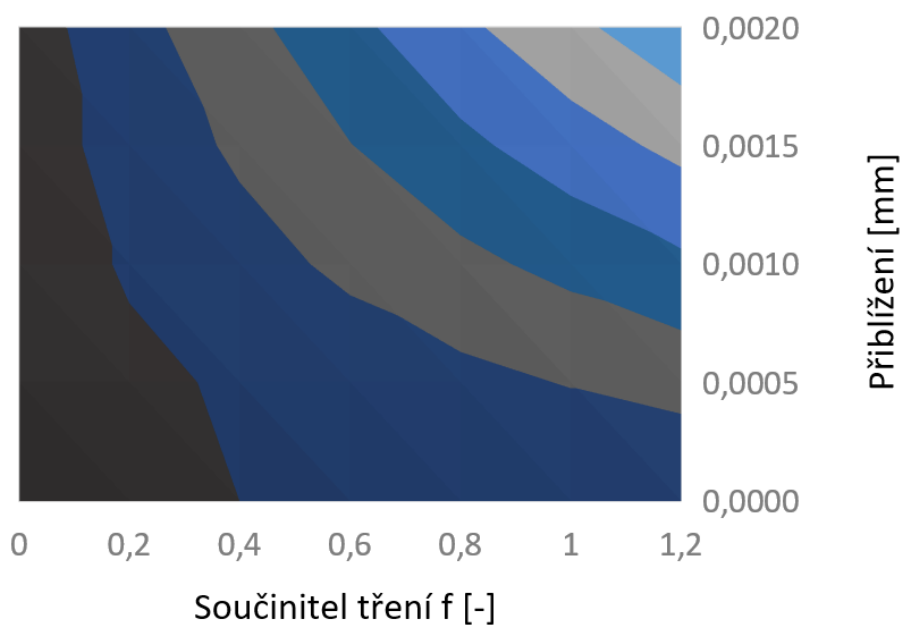
K_{III} pro $a=1$ mm [$\text{MPa}\cdot\text{mm}^{0,5}$]



Graf 4.22 Prostorový graf průběhu K_{III} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu III ($a=1$ mm)

K_{III} vyjádřené v procentech u trhliny $a=1$ mm [%]

■ 40-50 ■ 50-60 ■ 60-70 ■ 70-80 ■ 80-90 ■ 90-100 ■ 100-110



Graf 4.23 Graf poklesu/vzrůstu K_{III} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu III ($a=1$ mm)

To, že pokles součinitele intenzity napětí K_{III} je více pozvolný, než tomu bylo v případě součinitele intenzity napětí K_{II} , ukazuje ještě výstižněji graf 4.23. Pokud jde o celkové ovlivnění, jsou na tom obě smykové složky velmi podobně. Obě poklesnou napříč testovanými hodnotami o více než polovinu své maximální hodnoty.

Příloha této práce obsahuje v podkapitole *vzájemné porovnání* i hodnoty pro jiné délky trhliny. Zde jsme se totiž zabývali pouze trhlinou délky $a=1$ mm. Protože pro jiné délky trhliny nebyly hodnoty při nulové osově síle vypočítány, je zde jako vztažná hodnota brána hodnota s nulovým koeficientem tření f a přiblížením $5e-4$ mm.

Výsledky víceméně kopírují stejný trend, jako je vidět v této části práce pro délku trhliny $a=1$ mm. Snad jedinou výjimku tvoří výsledky pro krátké trhliny u modelu zatíženém v makroskopickém módu II. Zde při menším osovém přiblížení došlo k většímu poklesu součinitele intenzity napětí K_{II} než při přiblížení větším. Protože však celé nastavení, včetně okrajových podmínek, je pro všechny případy stejné, dá se předpokládat, že je to pouze nějaký vliv vyvolaný dodatečnou osovou silou. Navíc trend se u trhliny $a=0,4$ mm a větších opět vrací k očekávanému a drží si tytéž vlastnosti, jako měl u zde popsané trhliny délky $a=1$ mm.

5 Závěr

Závěrečné shrnutí a posouzení výsledků bude v této části uvedeno v tomtéž pořadí, jako se objevilo i v práci. Všechny poznatky, které je možné nějakým způsobem považovat za nové jsou výhradně součástí kapitoly číslo 4.

Podkapitola zabývající se studiem trhliny s různým koeficientem tření na lomových plochách při absenci osově síly ukázala, že je tření v takovémto případě skutečně oprávněno považovat za zanedbatelné. Ani jeden z lomových parametrů nebyl na pozorovatelné úrovni v tomto případě ovlivněn. Výpočetní čas byl přesto významně delší a ukázalo se, že uvažovat tření v této situaci je neúčelné. Dá se očekávat, že k témuž výsledku bychom došli, kdyby byl vzorek navíc natahován a lomové plochy se tak ani nedotýkaly. Z této části tedy vyplývá toto doporučení:

- Pro případ trhliny zatížené v čistém módu II, III nebo v jejich kombinaci není tření nutné uvažovat, jelikož nemá významný vliv
- Pro jakýkoli případ, kdy jsou lomové plochy mimo kontakt (natahovaný vzorek), není účelné tření na lomových plochách zavádět

Protože se v praxi většinou vyskytuje kombinované namáhání, bylo tedy nasnadě otestovat, jakým způsobem ovlivní tření součinitele intenzity napětí, když se ke smykovým složkám navíc přidá přítláčná síla. Ta první byla vyvolána deformační okrajovou podmínkou simulující přiblížení o $2e-3$ mm. Rázem byl vliv tření velmi podstatný a u trhliny délky $a=1$ mm došlo k poklesu faktorů intenzity napětí K_{II} a K_{III} na méně než polovinu své maximální hodnoty (v uvažovaném rozsahu různých součinitelů tření f). Dále se ukázalo, že u trhlín kratších délek je tento pokles méně významný. To je dáno především menší lomovou plochou, na které se může vliv tření projevit.

Závěrem z této části bylo především konstatování, že za takto malého osového zatížení (pětkrát nižší než to, co vyvolávalo smyk) není možné tření v žádném případě zanedbat. Ovlivnění bylo v celku významné i při malé hodnotě délky trhliny a koeficientu tření f .

Přiblížení $2e-3$ mm se ukázalo jako výrazné a ovlivnění výsledků bylo příliš markantní. V další podkapitole tedy bylo použito přiblížení ještě čtyřikrát menší tzn. $5e-4$ mm. V takovémto případě došlo ke kvantitativním změnám a vliv tření se výrazně snížil. I zde ale stále nešel považovat za zanedbatelný i když byl již mnohem nižší. Po otestování dvou typů přiblížení se dá konstatovat následující:

- Osové přiblížení významným způsobem zvyšuje důležitost aplikace tření na lomových plochách – čím větší přiblížení, tím větší snížení součinitelů intenzity napětí K_{II} a K_{III} aplikovaným třením na lomových plochách
- Tento význam je znatelný i při malém přiblížení a prudce roste se zvyšujícím se přiblížením
- Zajímavým faktem je, že velikost trhliny a v důsledku toho rozsah lomové plochy výrazně ovlivňuje výsledky – větší trhlina znamená výraznější snížení součinitelů intenzity napětí K_{II} a K_{III} aplikovaným třením na lomových plochách při stejné přítláčné síle. Vidět je to například na grafech 4.5 a 4.6, ale i napříč dalšími, které v kapitole 4 na tyto grafy navazují.

Závěr práce byl věnován výstupům, které pro jednu konkrétní délku trhliny obsahovaly alespoň část informací z každého běhu výpočtů. I když byl celkový pokles u součinitelů intenzity napětí K_{II} i K_{III} přibližně stejný (na méně než polovinu své výchozí hodnoty), průběh tohoto poklesu se již lišil. Zatímco K_{II} i při malé hodnotě přiblížení a koeficientu tření f strmě klesal, součinitel intenzity napětí K_{III} vykazoval spíše pozvolný přímý pokles.

O vlivu tření na lomové parametry podají nejlepší představu grafy obsažené v kapitole 4.4. Ty mohou sloužit i jako vhodné prostředky pro určení, kdy bude mít tření již takový vliv, že se nám vyplatí ho do výpočtu zahrnout. Pro zvýšení jejich použitelnosti by však bylo vhodné, realizovat ještě množství dalších výpočtů, především pak z oblasti malých přiblížení, protože vliv u dvou skutečně počítaných hodnot byl stále velmi výrazný. Plochy by se pak daly analyticky vyjádřit a v případě jejich převedení na procentuální změnu součinitelů intenzity napětí, bychom si například mohli určit, v jaké oblasti budeme v námi přijatelné odchylce. Pro toto stanovení by však bylo třeba provést obrovské množství dalších výpočtů, které již nebylo z časových a hardwarových důvodů možné realizovat.

Dále by se například daly tyto závěrečné grafy rozšířit o přehled toho, jakým způsobem bude narůstat při zvolených parametrech náročnost na výpočetní čas. Ten totiž rostl velmi prudce. Z analyzovaných bodů by už také šel vykreslit, ale byly by to data zatížené velkou chybou. Výpočty totiž probíhaly souběžně s jinými procesy a není možné tak hodnoty celkového času brát jako směrodatná data.

Seznam použité literatury

- [1] JANÍČEK, Přemysl. *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014. ISBN 978-80-7204-887-8
- [2] VLK, Miloš a Zdeněk FLORIAN. *Mezní stavy a spolehlivost*. Brno: Nakladatelství VUT v Brně, 2007, 235 s.
- [3] ANDERSON, T. L. *Fracture Mechanics: Fundamentals and applications*. 3rd ed. Taylor&Francis Group, 2005. ISBN 978-1-4200-5821-5
- [4] RICE, J.R. A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *Journal of Applied Mechanics* 35, 1968, 379-386
- [5] KUNZ, Jiří. *Základy lomové mechaniky*. 3. přeprac. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2000, 80-01-02248-X
- [6] *ANSYS 17 Update* [online]. ANSYS Confidential, 2016, Structures [cit. 2017-01-05]. Dostupné z: <http://resource.ansys.com/staticassets/ANSYS/staticassets/resourcelibrary/presentation/ansys-mechanical-17-update.pdf>
- [7] ANSYS, Inc. *ANSYS Help Viewer* [DVD]. 17.0. 2015 [cit. 2016-01-12]
- [8] Friction and Friction Coefficients. *The Engineering ToolBox* [online]. [cit. 2016-04-15]. Dostupné z: http://www.engineeringtoolbox.com/friction-coefficients-d_778.html
- [9] Coefficient of friction, Rolling resistance and Aerodynamics. *Engineering-abc.com* [online]. [cit. 2016-04-15]. Dostupné z: <http://www.tribology-abc.com/abc/cof.htm>
- [10] Coefficient of Friction Equation and Table Chart. *EngineersEDGE* [online]. [cit. 2016-04-15]. Dostupné z: http://www.engineersedge.com/coefficients_of_friction.htm
- [11] JANÍČEK, Přemysl. *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí: učební texty*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-7204-554-9

- [12] ŽÁK, S. *Elastická analýza stability trhliny ve smykových zátěžných módech*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 42 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Jana Horníková, Ph.D.
- [13] ŽÁK, S. *Popis napjatosti a deformace na čele trhlín zatížených ve smykových zátěžných módech*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 67 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Jana Horníková, Ph.D.
- [14] VOJTEK, T.; PIPPAN, R.; HOHENWARTER, A.; HOLÁŇ, L. a POKLUDA, J. *Near-threshold propagation of mode II and mode III fatigue cracks in ferrite and austenite*. *Acta MATERIALIA* 61. 2013, č. 13, s. 4625-4635. ISSN 1359-6454

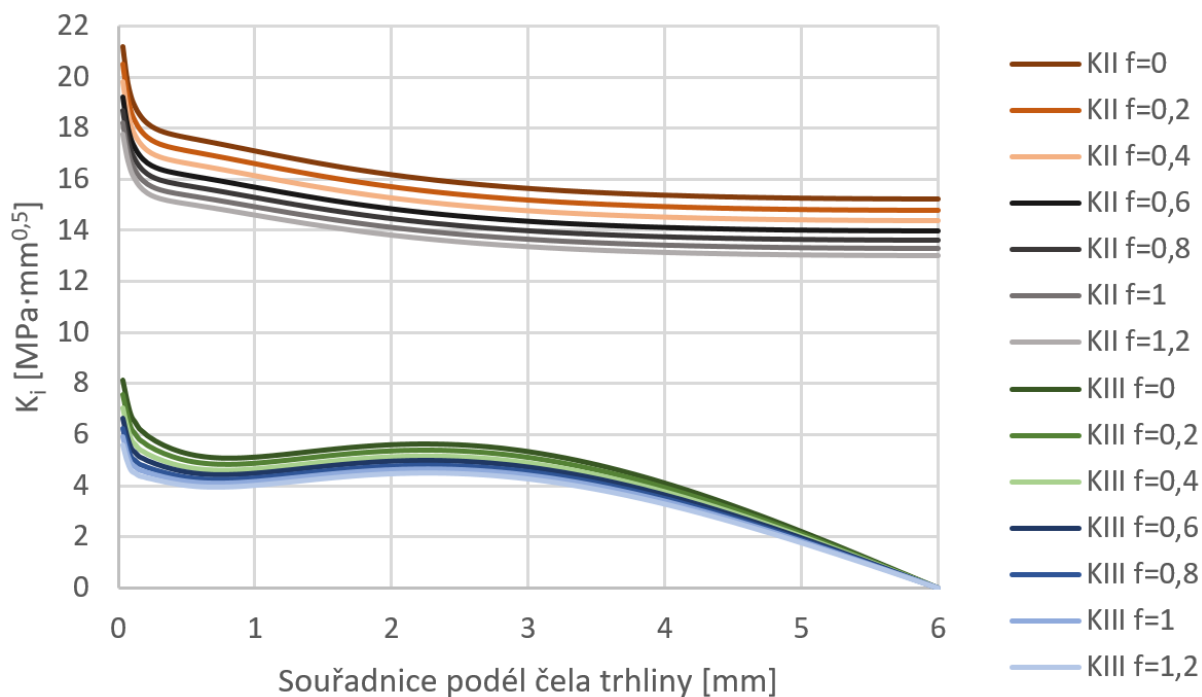
Seznam použitých symbolů a zkratek

EPLM		Elasto-plastická lomová mechanika
LELM		Lineární elastická lomová mechanika
MKP		Metoda konečných prvků
RD		Rovinná deformace
RN		Rovinná napjatost
a	[m]	Délka trhliny
A	[m ²]	Plocha trhliny
A _{ie}	[m ²]	Plocha konečného prvku ie
C	[m ²]	Třecí plocha
E	[MPa]	Youngův modul pružnosti v tahu
f, f ₀ , f _s	[-]	Statický součinitel smykového tření
G	[N·m ⁻¹]	Hnací síla trhliny
G _s	[MPa]	Modul pružnosti ve smyku
J	[N·m ⁻¹]	J – integrál
K _i	[MPa·m ^{1/2}]	Součinitel intenzity napětí pro i-tý mód
n _j	[-]	Složky jednotkového vektoru normály
q	[-]	Vektor směru trhliny
r	[m]	Vzdálenost od čela trhliny
r _y	[m]	Velikost plastické zóny u čela trhliny
S	[m ²]	Plocha
t _j	[-]	Koeficient tření na lomových plochách
T _i	[N]	Vektor povrchových sil k integrační křivce
u _i	[m]	Složky vektoru posuvů
w	[J·m ⁻³]	Hustota deformační energie
w _{iw}	[-]	Váhová funkce
x, y, z	[m]	Kartézské souřadnice

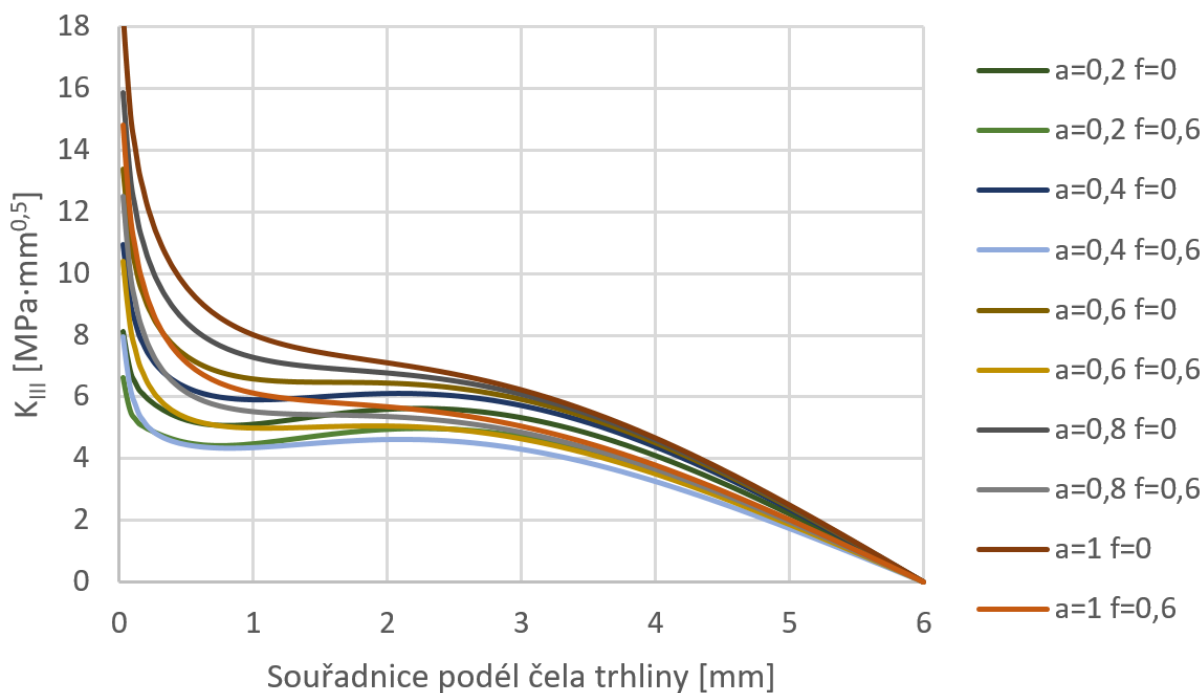
α	[K ⁻¹]	Koeficient tepelné roztažnosti
Γ	[-]	Integrační cesta
δ_{ij}	[-]	Kroneckerovo delta
ε	[-]	Poměrné přetvoření
ε_{ij}	[-]	Složky tenzoru deformace
μ	[-]	Poissonův poměr
θ	[rad]	úhlová souřadnice okolo čela trhliny
ρ	[kg·m ⁻³]	Hustota
Π	[J]	Potenciální energie
σ_{ij}	[MPa]	Složky tenzoru napětí
σ^∞	[MPa]	Nominální napětí

Příloha

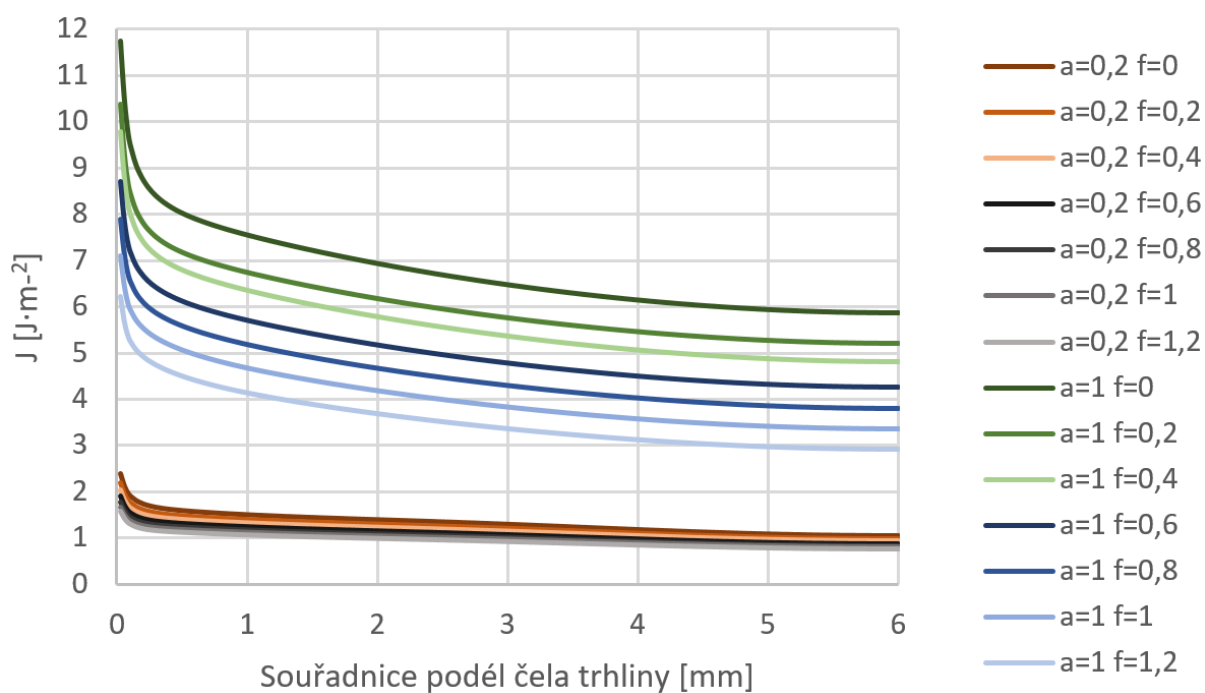
Makroskopický mód II



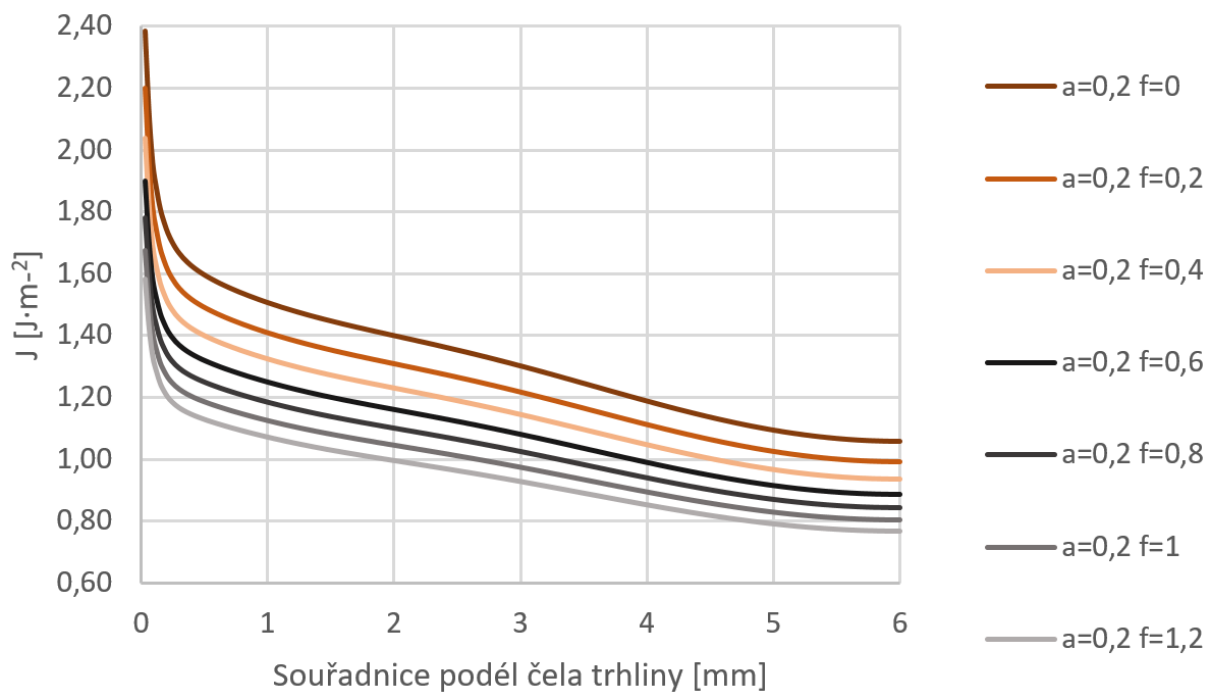
Graf 0.1 K_{II} a K_{III} u trhliny délky $a=0,2$ mm (přiblížení $5e-4$ mm)



Graf 0.2 K_{III} pro různé délky trhlín a koeficienty tření (přiblížení $5e-4$ mm)

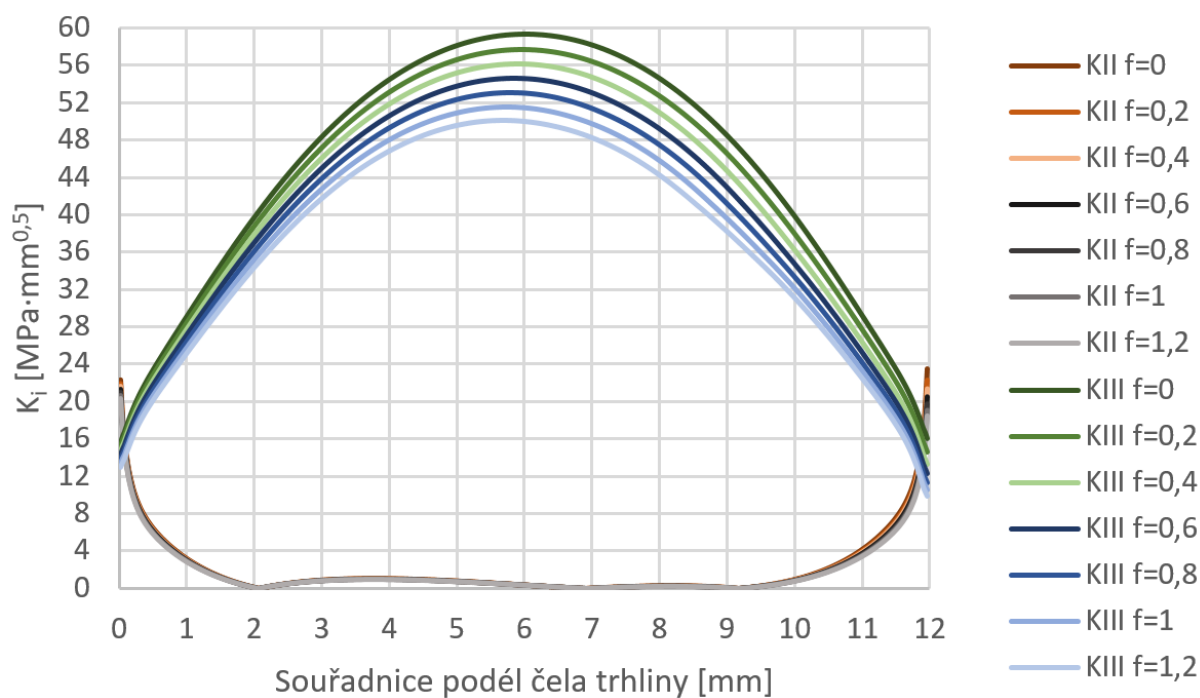


Graf 0.3 J -integrál ($a=0.2$ mm a $a=1$ mm) - přiblížení $5e-4$ mm

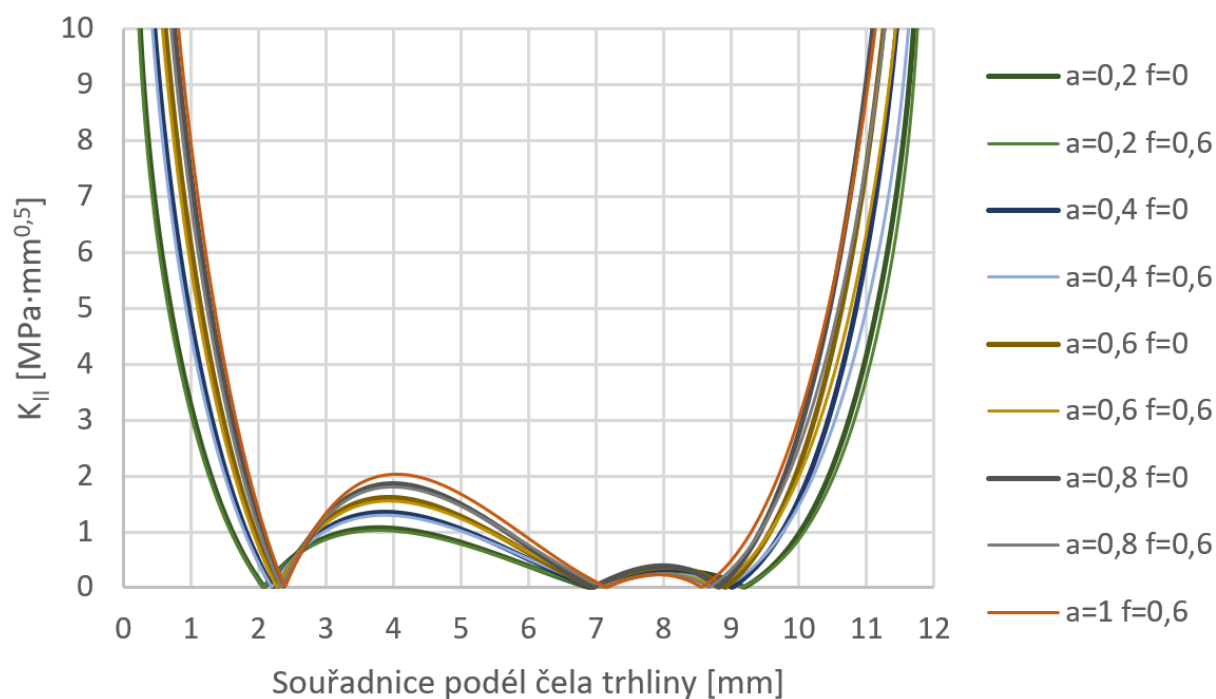


Graf 0.4 J -integrál – detail předešlého ($a=0.2$ mm, $a=1$ mm a přiblížení $5e-4$ mm)

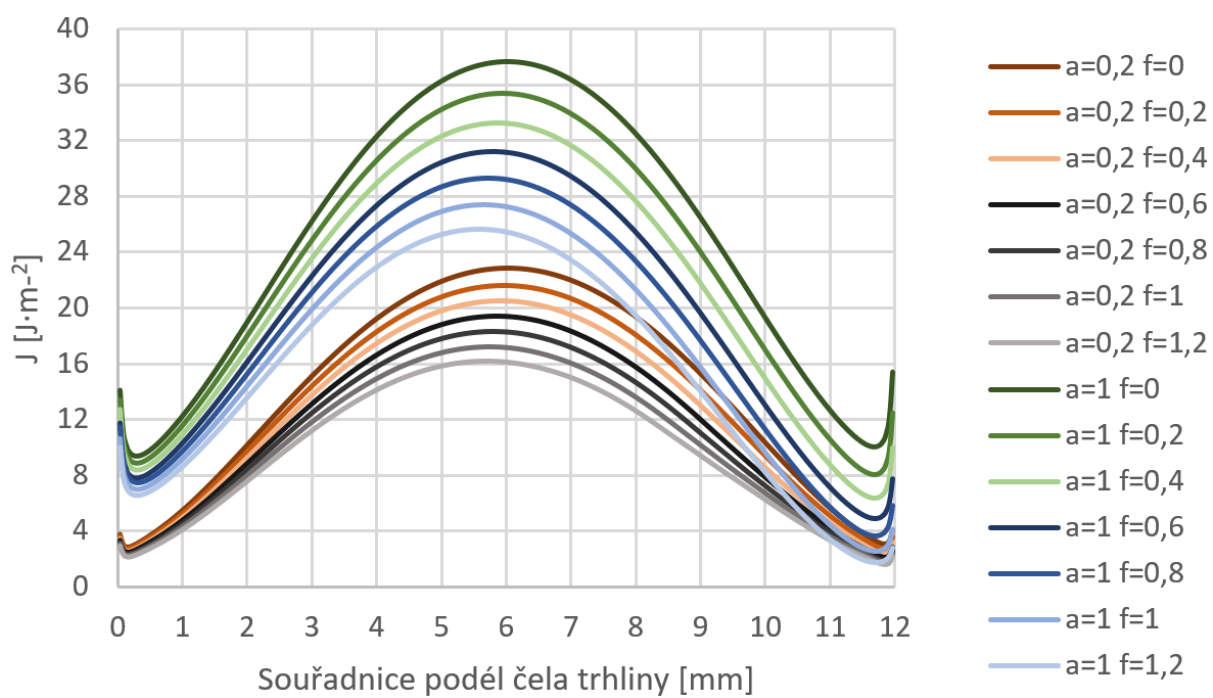
Makroskopický mód III



Graf 0.5 K_{II} a K_{III} u trhliny délky $a=0,2 \text{ mm}$ (přiblížení $5e-4 \text{ mm}$)



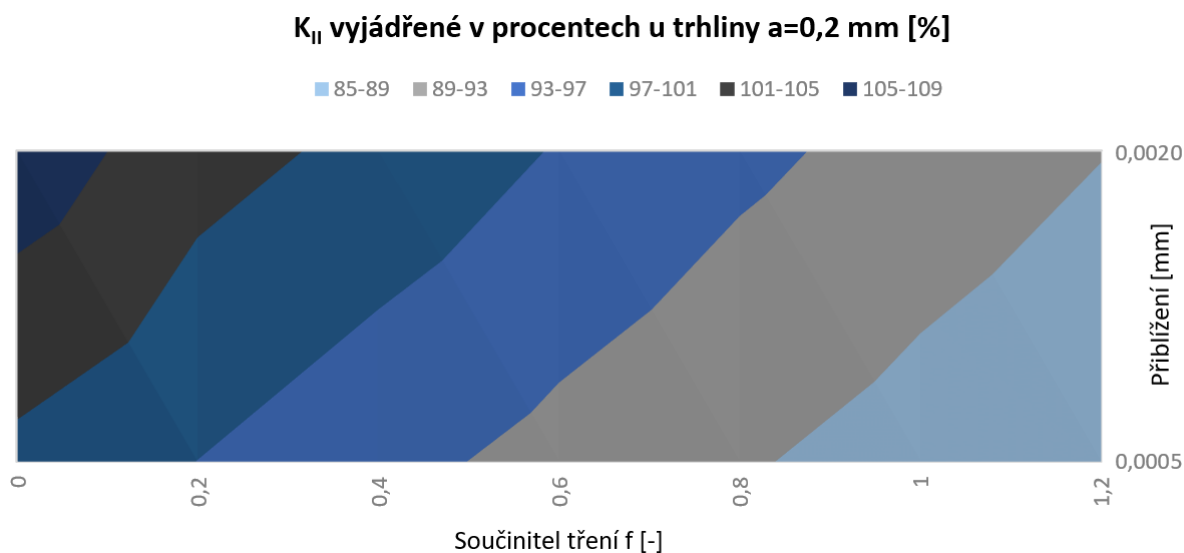
Graf 0.6 K_{III} pro různé délky trhlín a koeficienty tření (přiblížení $5e-4 \text{ mm}$)



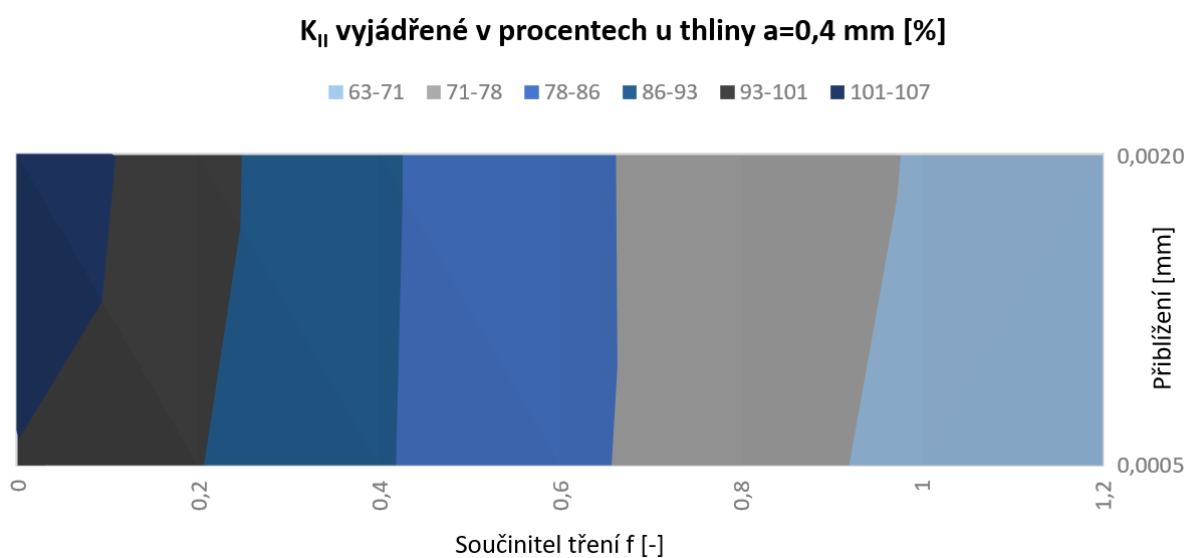
Graf 0.7 J -integrál ($a=0,2$ mm a $a=1$ mm) - přiblížení $5e-4$ mm

Vzájemné porovnání

Makroskopický mód II

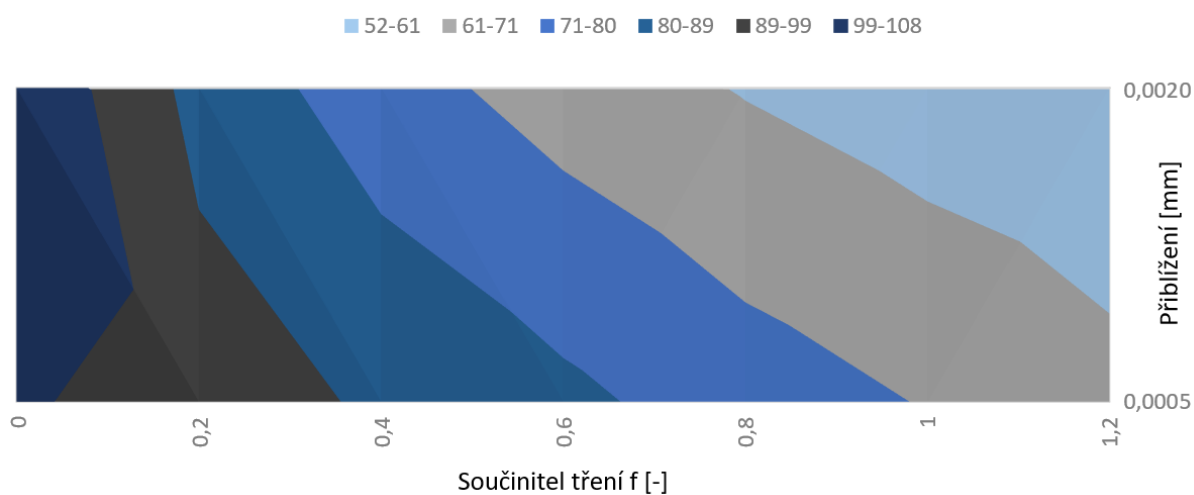


Graf 0.8 Graf poklesu/vzrůstu K_{II} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu II ($a=0,2$ mm)



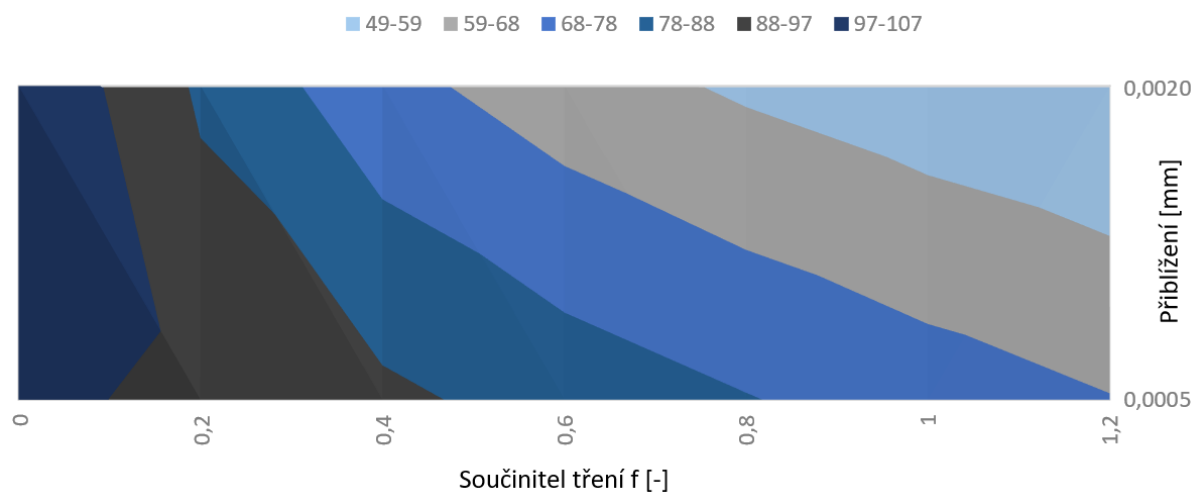
Graf 0.9 Graf poklesu/vzrůstu K_{II} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu II ($a=0,4$ mm)

K_{II} vyjádřené v procentech u tlhliny $a=0,6$ mm [%]



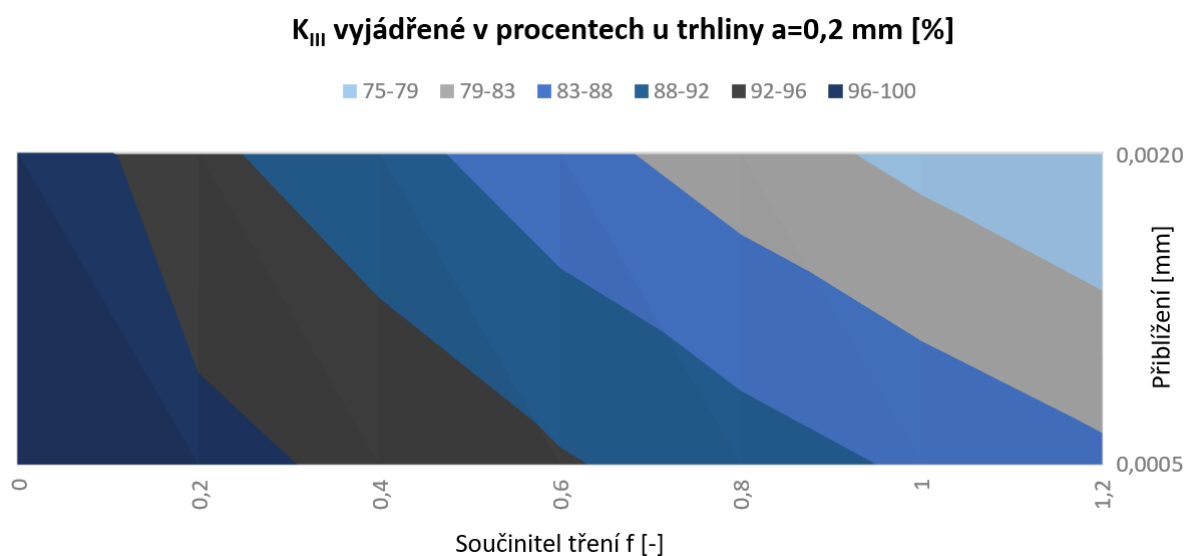
Graf 0.10 Graf poklesu/vzrůstu K_{II} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu II ($a=0,6$ mm)

K_{II} vyjádřené v procentech u trhliny $a=0,8$ mm [%]

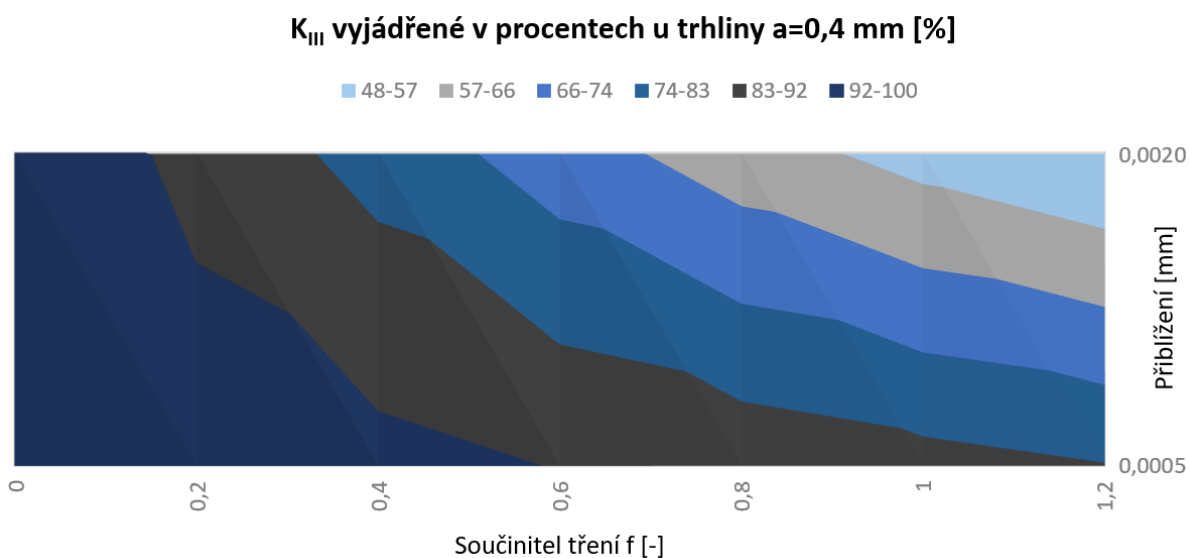


Graf 0.11 Graf poklesu/vzrůstu K_{II} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu II ($a=0,8$ mm)

Makroskopický mód III

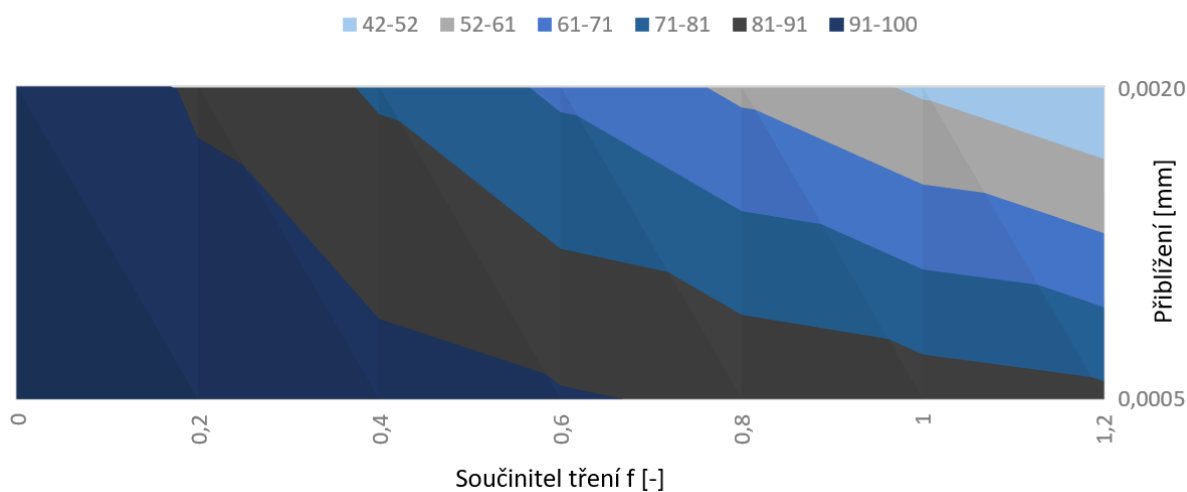


Graf 0.12 Graf poklesu/vzrůstu K_{III} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu III ($a=0,2$ mm)



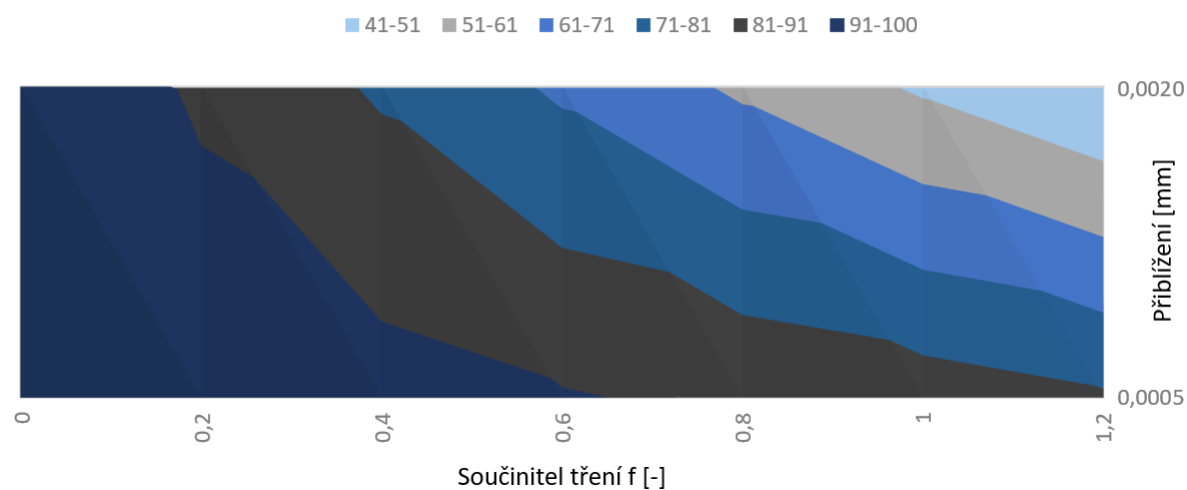
Graf 0.13 Graf poklesu/vzrůstu K_{III} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu III ($a=0,4$ mm)

K_{III} vyjádřené v procentech u trhliny $a=0,6$ mm [%]



Graf 0.14 Graf poklesu/vzrůstu K_{III} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu III ($a=0,6$ mm)

K_{III} vyjádřené v procentech u trhliny $a=0,8$ mm [%]



Graf 0.15 Graf poklesu/vzrůstu K_{III} u vzorku zatíženého v makroskopickém módu III ($a=0,8$ mm)